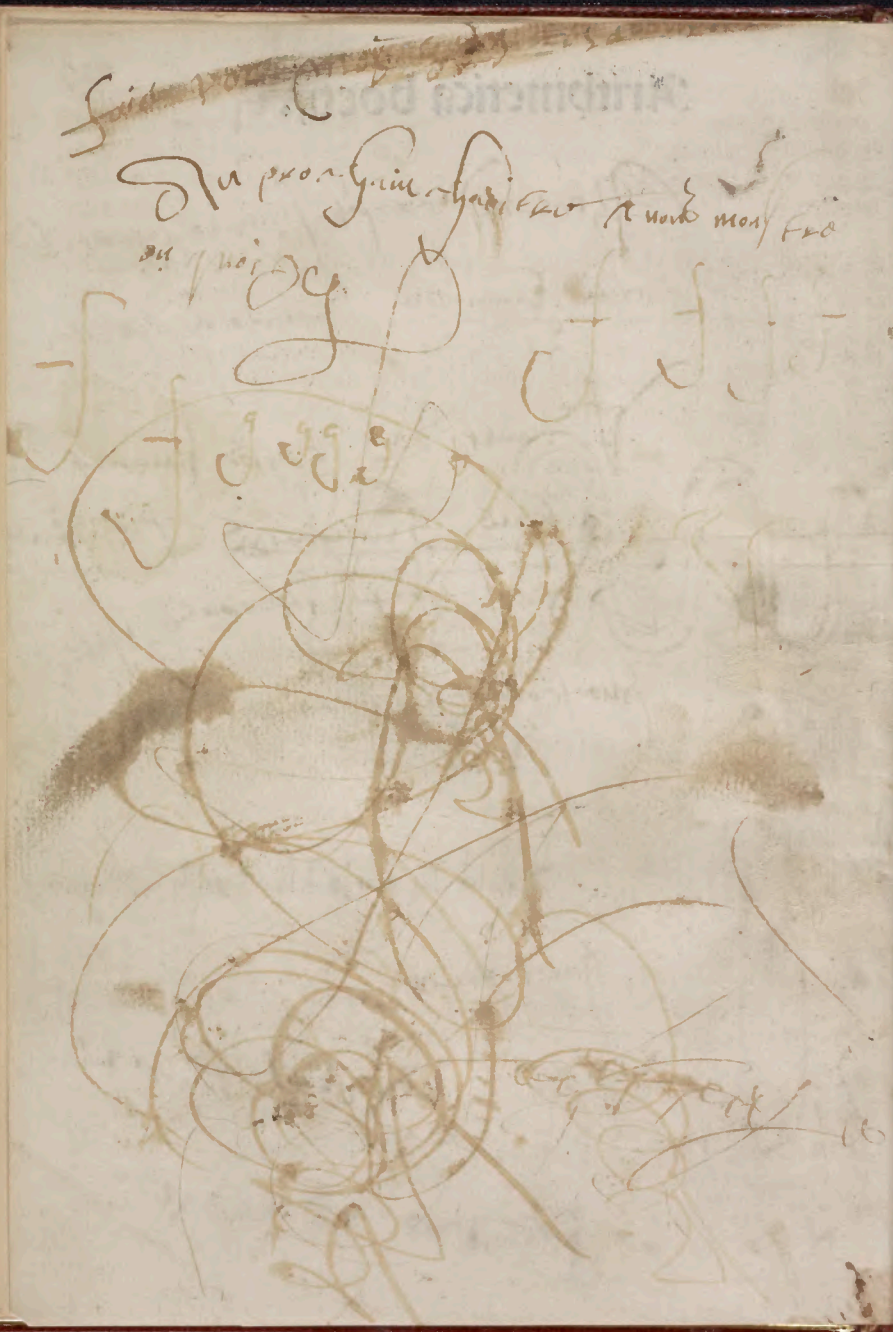
GretagMacbeth™ ColorChecker Color Rendition Chart
inches
centimeters
D50 Illuminant, 2 degree observer
Density
Golden Thread
Colors by Munsell Color Services Lab
Dan Williams

BOETHIUS – ARITHMETICA – VENICE, RATDOLT 1488

292
713
VI/III
VII/12
H. 3426
228

THE GIFT OF
LESSING J. ROSENWALD
TO THE LIBRARY OF CONGRESS



Incipiunt duo libri de Arithmetica anitij manilij seuerini Boetij viri clarissimi ⁊ illustrissimi ex cõsulis: ordinarij: patricij: ad patricium simmachum.

IN dandis accipiendisque muneribus ita recte officia precipue inter eos q̃ sese magni faciunt estimant̃ si liquido ꝯstabit nec ab hoc aliud qd̃ liberalius afferret inuentũ: nec ab illo vnq̃ qd̃ iucundius beniuolẽtia cõplecteret̃ acceptũ. Hęc ipse cõsiderans: attuli non ignaua opum põdera quibus ad facinus nihil instructius est: cũ habendi sitis incanduit: ad meritũ nihil vilius cũ ea sibi victor animꝰ calcata subiecit: sed ea quę ex grecarũ opulentia litterarũ in romanę orationis thesaurum sũpta cõuexim⁹. Ita enĩ mei quoq̃ operis mihi ratio cõstabit: si quę ex sapientię doctrinis elicui: sapientissimi iudicio cõprobent̃. Vides igit̃ vt tam magni laboris effectus tuuz tantũ expectet examẽ: nec in aures ꝓdire publicas nisi doctę sentẽtię a stipulatione nitat̃. In quo nihil mirũ videri debet: cũ id opus qd̃ sapiẽtię inuenta persequit̃: non auctoris sz alieno incũbit arbitrio. Suis qꝑpe instrumentis res rationis expenditur: cũ iudicium cogit̃ subire prudentis. Sed huic munusculo: nõ eadem quę ceteris imminent artibus munimenta cõstituo. Neque enim fere vlla sic cũctis absoluta partibꝰ nullius indiga suis tantũ est sciẽtia nixa p̃sidijs: vt nõ ceteraꝝ quoq̃ artiũ adiumenta desideret. Nã in effigiandis marmore statuis: alius excidendę molis labor est: alia formãdę imaginis ratio: nec eiusdẽ artificis manus politi operis nitor expectat. At picturę manibus tabulę cõmissę fabrorum. cęre rustica obseruatione decerptę: colorũ fuci mercatorũ solertia perquisiti: lintea operosis elaborata textrinis: multiplicem materiã pręstant. Nõne idem quoque belloꝝ visitur instrumẽtis? Hic spicula sagittis exacuit: illi validus thorax nigra gemit incude. Ast alius: crudi vmbonis tegmina ꝓprij laborꝭ orbi infigenda mercatur. tam multꝭ artibus ars vna perficit̃. Ast nostri laboris absolutio lõge ad faciliorẽ currit euentuz. Tu enĩ solus manuz supremo operi impones: in quo nihil de decernentiũ necesse est laborare cõsensu. Quãlibet enĩ hoc iudiciũ multis artibus probet̃ excultũ vno tamẽ cumulat̃ examine. Experiare igitur licet quantũ nobis in hoc studio longis tractus ocijs labor adiecerit. An rerũ subtilium fugas exercitatę mentis velocitas cõp̃hendat. vtꝝ ieiunę macies orationis ad ea quę sunt caligantibus impedita sententijs expedienda sufficiat. Qua in re mihi alieni quoquę iudicij lucra querunt̃. Cum tu vtrarũque peritissimus litteraꝝ: possis graię orationis expertibus quantuz de nobis iudicare audeant: sola tantũ ꝓnunciatione prescribere. At nõ al-

terius obnoxius institutis artissima memet ipse trãslationis lege cõstringo: sed paululũ liberius euagat⁹ alieno itineri: nõ vestigijs insisto. Nã et ea quę de numer⁹ a nicomacho diffusius disputata sũt: moderata breuitate collegi. Et quę transcursa velocius angustiorẽ intelligentię pstabant aditũ: mediocri adiectione reseraui: vt aliquãdo ad euidentiã rerũ nostris etiã formulis ac descriptionibus vteremur. Quod nobis quãtis vigilijs ac sudore cõstiterit facile sobrius lector agnoscet. Cum igitur quatuor matheseos disciplinax de arithmetica quę est prima perscribere: tu tantũ dignus eo munere videbare eoque magⁿ inerrato opus eẽ intelligebã. Naz t si apud te facilis veniẽ locus esset: aliquando tamen ipsam formidabat facilitatẽ suspecta securitas. Arbitrabar eniz nihil tantę reuerẽtię oblatũ iri oportere: qõ nõ elaboratũ ingenio: perfectuz studio: dignũ postremo tanto ocio videreť. Non igitur ambigo quin p tua in me beniuolentia supuacua reseces: hiantia suppleas: errata reph̃endas: cõmode dicta mira animi alacritate suscipias. Quę res impulit pigram cõsilij morã. Nimios enĩ mihi fruct⁹ placitura restituent. Noui quippe: quãto studiosius nostra q̃ cęterorum bona diligamus. Recte ergo quasi aureos cereri culmos tmaturos bacho palmites: sic ad te rudimẽta noui operis trãsmisi. Tu tantũ paterna gratia nr̃m ꝓuehas munus: ita t laboris mei primitias doctissimo iudicio cõsecrabis: t nõ maiore censebitur auctor merito q̃ probator.

Incipiũt capitula libri primi.

Prohemium in quo diuisiones mathematicę. Capitulũ. 1.
De substantia numeri. Cap̃. 2.
Diffinitio t diuisio numeri t diffinitio paris t imparis. Cap̃. 3.
Diffinitio numeri paris et imparis scom pithagoram. Cap̃. 4.
Alia scoz antigorẽ modũ diuisio paris t imparis. Cap̃. 5.
Diffinitio paris t imparis per alterutrum. Cap̃. 6.
De principalitate vnitat⁹. Cap̃. 7.
Diuisio paris numeri Cap̃. 8.
De numero pariter pari eiusque ꝓprietatibus. Cap̃. 9.
De numero pariter impari eiusque proprietatibus. Cap̃. 10.
De numero iparie pari: eiusq; ꝓprietatib⁹ de que ei⁹ ad pariter parẽ t parie iparẽ cognatiõe. Cap̃. 11.
Descriptiõis ad imparie paris naturã ꝓtinẽtis expositio. Cap̃. 12.
De numero impari eiusque diuisione. Cap̃. 13.
De primo t incõposito. Cap̃. 14.
De scõdo t cõposito. Cap̃. 15.
De eo q ꝓ se scũd⁹ t cõposit⁹: ad aliũ prim⁹ t incõposit⁹ est. Cap̃. 16.
De p̃mi t incõpositi: t scõdi t cõpositi t ad se quidem secũdi et cõpositi ad alterũ vero primi t incõpositi procreatione. Cap̃. 17.
De inuẽtione eox numerox qui ad se scõdi t cõpositi sunt: ad alios vo relati p̃mi t incõpositi. Cap̃. 18.

Alia partitio paris scdm pfectos ip
fectos ⁊ vltra q̃ pfectos. Cap̃. 19.
De gñatiõe numeri pfecti. Cap̃. 20.
De relata ad aliqd q̃ntitate. Ca. 21
De speciebus maioris inęqualitat
⁊ minoris. Cap̃. 22.
De multiplici eiusque specieb⁹ earũ
que generationib⁹. Cap̃. 23.
De supparticulari eiusque specieb⁹
earũque generatiõib⁹. Cap̃. 24.
De quodã vtili ad cognitionez sup
pticularib⁹ accidẽte. Cap̃. 25.
Descriptio p quã docetur cęteris in
ęqualitatis speciebus antiquio
rem esse multiplicẽ. Cap̃. 26.
Ratio atque expositio digestę for
mulę. Cap̃. 27.
De tertia inęq̃litat specie quę dicit
suppartiens: deque eius specieb⁹
earũque gñationib⁹. Cap̃. 28.
De mltiplici supparticlari Cap̃. 29.
De eorum exemplis in superiori for
mula inueniẽdis. Cap̃. 30.
De mltiplici suppartiẽte. Cap̃. 31.
Demonstratio quemadmodũ om
nis inęqualitas ab ęqualitate p
cesserit. Cap̃. 32.

Proemium in quo diuisio mathematicę. Capl'm. 1.

Inter omnes priscę auctoritatis viros: qui pythagora duce puriore mẽtis ratione viguerunt: ɔstare manifestũ est haud quẽquã ĩ philosophię disciplinis ad cumulũ perfectiõis euadere: nisi cui talis prudẽtię nobilitas quodã q̃si quadruuio vestigat̃. Quod recte solertiã intuentis non latebit. Est enĩ sapiẽtia rer̃ quę sunt suique ĩmutabilẽ substantiã sortiunt̃: cõprehẽsio veritatis. Esse aũt illa dicimus quę nec intentione crescũt: nec retractione minuunt̃: nec variationibus permutant̃: sed in ppria semp vi suę se naturę subsidijs nixa custodiunt. Hęc aũt sunt qualitates: quãtitates forme: magnitudines: paruitates: ęqualitates: habitudines: actus: dispositiones: loca: tempora: ⁊ quicqd adunatũ quodãmodo corporibus inuenitur. Quę ipsa quidez natura incorporea sunt ⁊ ĩmutabilis substãtię ratione vigentia: participatione vero corporis permutantur: ⁊ tactu variabilis rei in uertibilem incõstantiã transeũt. Hęc igitur quoniã

vt dictū est natura īmutabilē substā
tiā vimq; sortita sunt: vere proprieq;
esse dicunt. Horuz igitur id est quę
sūt proprie: quęq; suo nomine essen-
tię nominant scientiā sapientia pfi-
tetur. Essentię autez geminę partes
sunt: vna cōtinua t suis partib⁹ iun-
cta: nec vllis finibus distributa: vt ē
arbor: lapis: t omnia mūdi hui⁹ cor
pora quę proprie magnitudines ap
pellant. alia vero disiuncta a se t de
terminata partibus t quasi acerua-
tim in vnū redacta conciliū: vt grex:
populus: chorus aceruus: t quicqd
quox partes pprijs extremitatibus
termiuant: t ab alterius fine discre-
tę sunt. Dis propriū nomen est mul
titudo. Rursus multitudinis alia sūt
p se vt tres vel quatuor: vel tetrago-
nus: vel quilibet numerus qui vt sit:
nullo indiget. Alia vero p seipsa nō
constant: sed ad quidda; aliud refe
runt: vt duplū: vt dimidiū: vt sesqual
terū: vel sesquitertiuz et quicqd tale
est: qō nisi relatū sit ad aliud ipsum
esse nō possit. Magnitudinis vero
alia sunt manētia motuq; carentia.
alia vero quę mobili semp rotatio-
ne vertunt: nec vllis temporibus ac
quiescunt. Horū ergo illā multitudi
nē quę p se est: arithmetica speculat
integritas. Illaz vero quę ad aligd
musici modulaminis tēperamenta
pernoscūt. Immobilis vero magni
tudinis: geometrica noticiā pollicet
Mobilis scientiā astronomicę disci
plinę peritia vendicauit. Quib⁹ qua
tuor partib⁹ si careat inquisitor: ve-
rū inuenire nō possit. ac sine hac qui
dē speculatione veritatis: nulli recte
sapiendum est. Est enī sapientia ea-
rum rerum quę verę sunt: cognitio
t integra comprehensio. Quod hic
qui spernit: id est has semitas sapiē
tię ei denuncio nō recte philosophā
dū. Siquidē philosophia est amor
sapientię: quā in his spernendis an
te contempserit. Illud quoque ad-
dendum arbitror quod cuncta vis
multitudinis ab vno progressa ter-
mino: ad infinita progressionis aug
menta concrescit. magnitudo vero
a finita inchoans quantitate modū
in diuisione non recipit. Infinitissi-
mas enim sui corporis suscipit sect-
ones. Hanc igitur naturę infinitatē
indeterminatamq; potentiam: phi
losophia sponte repudiat. Nihil enī
quod infinitum est: vel scientia po-
test colligi vel mente comprehendi.
Sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio: in
quibus posset indagatricem verita-
tis exercere solertiam. Delegit enim
de infinitę multitudinis pluralitate
finitę terminū quantitatis: et inter-
minabilis magnitudinis sectione re
iecta: definita sibi ad cognitionem
spatia depoposcit. Cōstat igitur qs-
quis hęc preterniserit: omnē philo-
sophię perdidisse doctrinam. Hoc
igitur illud quadruuiuz est quo his
viandum sit quibus excellētior ani-
mus a nobis cum procreatis sensi-
bus ad intelligentię certiora perdu
citur. Sunt enim quidam gradus:
certęque progressionū dimensiones
quibus ascendi progrediq; possit:
vt animi illū oculum: qui vt ait pla-
to multis oculis corporalibus salua
ri constituique sit dignior, quod eo

solo lumine vestigari vel inspici veritas queat. Hunc inquã oculuz demersum orbatũq; corporeis sensib⁹ hę discipline rursuz illuminẽt. Quę igitur ex his prima discenda est: nisi ea quę principium matrisque quod ammodo ad cęteras obtinet portionem: hęc est aũt arithmetica. Hec enĩ cunctis prior est: non modo qđ hanc ille hui⁹ mũdanę molis conditor de⁹ primã suę habuit ratiocinationis exemplar: ⁊ ad hanc cũcta cõstituit quęcũq; fabricante ratione ꝑ numeros assignati ordinis inuenere concordiam: sed hoc quoq; prior arithmetica declarat̃: qđ quęcunq; natura priora sunt: his sublatis: simul posteriora tollunt̃. Qđ si posteriora pereant: nihil de statu prioris substantię permutat̃. vt animal pri⁹ est homine. Nam si tollas animal: statim quoq; hominis natura deleta sit. Si hominẽ sustuleris: animal nõ peribit. Et econtrario ea semper posteriora sunt quę secũ aliud qđlibet inferunt. ea priora quę cũ dicta sunt: nihil secũ de posterioribus trahunt, vt in eodẽ quoq; homine. Nã si hominẽ dixeris: simul quoq; animal nominabis. Idem ẽ enĩ homo qđ animal. Si animal dixeris: non speciẽ simul hominis intulisti. Non est enĩ idem animal qđ homo. Hoc idem in geometrica vel in arithmetica videtur incurrere. Si enĩ numeros tollas: vnde triangulũ vel quadratũ vel quicqđ in geometrica versat̃: que omnia numerorũ denominatiua sunt. At vero si quadratũ triangulũq; sustuleris: omnisq; geometrica consũpta sit: tres ⁊ quatuor: aliorũq; numeroꝝ non peribunt vocabula. Rursum cũ aliquã geometricã formã dixero: est illi simul numerorũ nomẽ implicitũ. Cũ numeros dixero nondũ vllã formã geometricã nominaui. Musica vero quã prior sit numerorũ vis: hinc maxime ꝓbari potest: quod nõ modo illa: natura priora sunt quę per se constant quã illa quę ad aliquid referunt̃: ſz etiaz ea ipsa musica modulatio numeroꝝ nominib⁹ annotat̃. Et idem in hac euenire potest: qđ in geometrica predictũ est. Diatesseron enim ⁊ diapẽte: ⁊ diapason: ab antecedẽtis numeri noib⁹ nũcupant̃. Ipsorũ quoq; sonoꝝ aduersus se ꝓportio: solis neq; alijs numeris inuenit̃. Qui enĩ sonus in dyapason symphonia est: idem duplic̃ numeri ꝓportione colligit̃. Que dyatesseron est modulatio: epitrita collatione componit̃. Quã dyapente symphoniã vocant: hemiolia medietate coniungit̃. Qui in numer̃ epogdous est: id est ton⁹ ĩ musica. Et ne singula ꝑseq laborẽ hui⁹ operis sequẽtia quãto prior sit arithmetica sine vlla dubitatiõe mõstrabit. Sphericã vero atq; astronomicã tãto ꝑcedit: quãto duę reliquę disciplinę hanc tertiã natura precedunt. In astronomica enim: circuli sphera: centrum: paralelique circuli mediusque axis est: quę omnia geometricę disciplinę cura sunt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniorem geometricę vim quod omnis motus est post quietem: et natura semper statio prior est. Mobilium

vero astronomia: immmobilium geometrica doctrina est: vel quod armonicis modulationib⁹ motus ipse celebratur astrorum. Quare constat quoque musicę vim astrorũ cursus antiquitate p̃cedere: quã superare natura arithmeticã dubiũ nõ est: cũ prioribus quã illa ẽ antiquior videat̃. Proprie tamen ipsa numerorũ natura: omnis astroꝝ cursus: omnisq; astronomica ratio cõstituta ẽ. Sic enĩ ortus occasusque colligim⁹ sic tarditates velocitatesque errãtiũ siderum custodimus: sic defectus ⁊ multiplices lunę variationes agnoscimus. Quare qm̃ prior vt claruit arithmeticę vis est: hinc disputationis sumamus exordium.

De substantia numeri. Cap̃. 2.

Omnia quęcũque a p̃meuarer natura cõstructa sũt: numeroꝝ vident̃ ratione formata. Hoc enĩ fuit principale in animo cõditoris exemplar. Hinc enĩ quatuor elemẽtorũ mltitudo mutuata est: hinc temporũ vices: hinc motus astrorũ celique conuersio. Quę cum ita sint cũque omniũ status: numeroꝝ colligatione fungat̃: eũ quoque numerũ necesse est in ꝓpria semꝑ sese habentẽ ęqualiter substantia ꝑmanere: eũ quę cõpositũ non ex diuersis. Quid enĩ numeri substantiã ɔiungeret: cũ ipsius exemplũ cuncta iunxisset: sed ex seipso videtur esse cõposit⁹. Porro aũt nihil ex similibus cõponi videtur: nec ex his quę nulla rationis ꝓportione iungunt̃: ⁊ a se omni substantia naturaque discreta sunt. Cõstat ergo quoniam coniunctus est numerus: neque ex similibus esse cõiunctũ: neque ex his quę ad se inuicẽ nulla ratione ꝓportionis hęrent. Erunt ergo numeros prima quę cõiungant ad substantiam quidẽ quę constent: semꝑque permaneãt. Neque enĩ ex non existentib⁹ effici quicquã potest: ⁊ sũt ipsa dissimilia ⁊ potentia cõponendi. Hęc aũt sunt qb⁹ numerus constat: par atque impar. Quę diuina quadã potẽtia cũ disparia sint ɔtrariaque: tamẽ ex vna genitura ꝓfluunt: ⁊ in vnã cõpositionẽ modulationẽque iungunt̃.

De diffinitione numeri et diuisione paris ⁊ imparis. Cap̃. 3.

Et primũ quid sit numerus diffiniendũ est. Numerus est vnitatum collectio: vel quãtitatis aceruus ex vnitatibus ꝓfusus. Huius igitur prima diuisio est: in imparem atque parem. Et par quidẽ ẽ: q̃ põt in ęqualia duo diuidi vno medio non intercidẽte: impar vo quẽ nullus in ęqualia diuidit qd̃ in medio p̃dict⁹ vn⁹ intercidat. Et hęc q̃dẽ huiusmodi diffinitio vulgaris est ⁊ nota.

Diffinitio numeri paris ⁊ imparis scōm pythagorā. Cap̄.4.

Illa aūt scōm pytagoricā disciplinam talis ē. Par numerus est q̄ sub eadez diuisiōe pōt in maxima paruissimaq̄ diuidi: maxima spacio: paruissima quantitate: secundum duoꝝ istoꝝ generū cōtrarias passiones. Impar vō numerus est: cui hoc quidē accidere non pōt: sed cui⁹ in duas inęquales sūmas naturalis est sectio. Hoc est aūt exemplar. ut si quislibet datus par numerus diuidatur: maior quidez quātū ad diuisionis spacia pertinet nō inueniet̄ quā discreta medietas. quātitate vō nulla minor sit: quā in gemina facta partitio. vt si par numerus qui est. 8. diuidatur in. 4. atque alios. 4. nulla erit alia diuisio quę maiores partes efficiat. Porro aūt nulla erit alia diuisio quę totuz numeꝝ minore diuidat quātitate. In duas eni partes diuisioue nihil minus est. Cū eni totū quis fuerit trina diuisione partitus: spacij quidez sūma minuit̄ sed numerus diuisionis auget̄. Quod aūt dictū est scōm duoꝝ generū contrarias passiones huiusmodi est. Prędocuimus eniz quātitatē in infinitas pluralitates accrescere: spacia vero id est magnitudines in infinitissimas minui paruitates: atque ideo hic cōtra euenit hęc nāque paris diuisio: spacio est maxima paruissima quātitate.

Alia scōm antiquiorē moduz diuisio paris ⁊ imparis. Cap̄.5.

Secūdū antiquiorez vō modū alia ē paris numeri definitio. Par numer⁹ est qui ī duo ęqualia: ⁊ in duo ī ęqualia partitionem recipit: sed ut in neutra diuisione: vel imparitati paritas: uel paritati imparitas misceatur: pręter solū paritatis principem binariū numerū qui inęqualē nō recipit sectionē: propterea quod ex duabus vnitatibus constat ⁊ ex prima duorum quodāmodo paritate. Quod autez dico tale est. Si eniz ponat̄ par numerus: pōt in duo equalia diuidi: ut denari⁹ diuidit̄ in quinos. Porro aūt ⁊ per inęqualia ut idez denarius in. 3. ⁊ in. 7. Sed hoc modo ut cuz vna pars fuerit diuisionis par: alia quoq̄ par inueniatur: et si vna impar: reliqua ab ei⁹ imparitate nō discrepet. vt ī eodē numero qui est denarius. Cum enim diuisus est in quinos: vel cuz in. 3. ⁊ in. 7. vtręque in vtraque portiōe partes impares extiterunt. Si aūt ipse vel alius numerus par diuidatur in ęquales: ut octonarius in. 4. ⁊ in. 4. ⁊ item ꝑ in ęquales vt idem octonarius in. 5. ⁊ in. 3. in illa quidē diuisiōe vtręque partes pares factę sunt: in hac vtręque impares extiterūt. Neq̄ vnquā fieri pōt: vt cuz vna pars diuisionis par fuerit: alia impar īueniri queat at cum vna impar sit: alia par possit intelligi. Impar vō numerus est

qui ad quālibet illam diuisionez: ꝑ inęqualia semper diuidit̄: ut vtrasq; species numeri semp ostendat: nec vnquā altera sine altera sit: sed vna pars paritati: imparitati alia deputat̄. ut. 7. si diuidas in. 3. ⁊ in. 4. altera portio par: altera impar est. Et hoc idē in cūctis imparibus numeris inuenit̄. Neque vnquā in imparis diuisione preter se esse possunt hę geminę species quę naturaliter vim numeri substātiāque cōponūt.

Diffinitio paris ⁊ imparis per alter utrum. Cap̄. 6.

Quod si hec etiaz ꝑ alterutras species definienda sunt: dicet̄ imparē numeruz esse qui vnitate differt a pari: vel incremēto: vel deminutione. Itē par numerus est q vnitate differt ab impari vel incremento vel deminutione. Si enī pari vnū dempseris vel vnū adieceris: impar efficit̄: vel si impari idem feceris: par continuo ꝓcreatur.

De principalitate vnitatis. Cap̄. 7.

Omnis quoq; numerus circū se positorū ⁊ naturali sibimet dispositione iunctoꝝ medietas est. Et qui sup duos illos sūt q medio iungunt̄ si componant̄: etiaz ipsoꝝ supradictus numerus media portio est. ⁊ rursus illoꝝ qui sunt super secundo loco iūctos cuz ipsi quoque sint compositi prior his numerus medietatis loco est: ⁊ hoc erit vsque duz occurrēs vnitas: terminuz fecerit. Ut si ponat quis quinariū numerū altrinsecus circa ipsuz sunt supra. 4. inferius sex. Hi ergo si iūcti sunt: faciūt. 10. quorū. 5. numer⁹ medietas est. Qui aūt circa ip̄os id est circa. 6. ⁊. 4. sunt. 3. scilicet et. 7. idem si iuncti sūt eorum quinarius numerus medietas est. Rursus istoꝝ qui altrinsecus positi sunt si iungant̄: etiā hi quinarij numeri dupli sunt. Nam super. 3. sunt 2. sup. 7. sunt. 8. Hi ergo si iuncti sūt faciunt. 10. quoꝝ quinarius rursus medietas est. Hoc idē in omnib⁹ numeris euenit: vsque dum ad vnitatis terminum ꝑueniri queat. Sola eniz vnitas circū se duos terminos non habet: atque ideo eius qui est prope se solius est medietas. Nam iuxta vnum solus est binarius naturaliter constitutus cuius vnitas media pars est. Quare constat primuz esse vnitatez cunctorum qui sunt in naturali dispositionę numerorum ⁊ eam rite totius quāuis prolixę genitricem pluralitatis agnosci.

Diuisio paris numeri. Cap̄. 8.

Paris autez numeri species sunt. 3. Est enim vna quę dicit̃ pariter par: alia vero pariter impar. tertia imparit̃ par Et contraria quidem: locaque optinentia summitatũ: vident̃ esse pariter par: ⁊ pariter impar. Medietas aũt quedaz quę vtrorũque participat est numerus qui vocat̃ impariter par:

De numero pariter pari eiusque proprietatibus. Cap̃. 9.

Pariter par nũerus est: qui põt ĩ duo paria diuidi: eiusque pars ĩ alia duo paria partisque pars ĩ alia duo paria: vt hoc totiens fiat: vsque dum diuisio partium ad inuisibilẽ naturaliter perueniat vnitatem. Ut. 64. numerus habet medietatẽ. 32. hic aũt medietatem. 16. hic vero. 8. hunc quoqꝫ quaternarius in ęqua partit̃ qui binarij duplus est. sed binari⁹ vnitatis medietate diuidit̃. quę vnitas naturaliter singularis non recipit sectionẽ. Huic numero videt̃ accidere vt quęcũque eius fuerit pars cum nomiue ipso vocabuloque pariter par inueniat̃: tum etiam quantitate. Sed ideo mihi videt̃ hic numerus pariter par vocat⁹: quod ei⁹ omnes partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pares pariter inueniant̃. Quõ aũt ⁊ noĩe ⁊ quãtitate pares habeat partes hic numer⁹ post dicem⁹. Horũ aũt generatio talis ẽ. Ab vno enĩ quoscũqꝫ in duplici ꝓportione notaueris: sꝑ pares parit̃ ꝓcreant̃. Pret̃ hãc aũt generationẽ ut nascant̃ alit̃ ĩpossibile est. Hui⁹ aũt rei tale videt̃ ꝑ ordinẽ descriptiõis exẽplũ. Sintque cũcti duplices ab vno. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. atque hinc si fiat infinita ꝓgressio: tales cũctos inuenies. factique sũt ab vno in duplici ꝓportione: ⁊ oẽs sũt pariter pares. Illud aũt nõ minima ꝯsideratione dignũ est: qđ eius oĩs pars ab vna ꝑte quacũqꝫ q̃ intra ip̃m numerũ est denoĩat̃: tãtãque sũmã quãtitatis includit: quota ꝑs est alter numer⁹ parit̃ paris illi⁹ q eũ ꝯtinet quãtitat̃. Itaque fit ut sibi partes ipsę rñdeãt: ut quota ꝑs vna ẽ: tantã haheat altera quãtitatẽ: ⁊ quota pars ista ẽ: tantã ĩ priore sũmã necesse sit mltitudinis inueniri. Et primũ fit si pares fuerit dispositiões: ut duę medię ꝑtes sibi rñdeãt. post v̄o quę sup ip̃as sũt sibi inuicẽ cõuertant̃: atque hoc idẽ fiat donec vterqꝫ termin⁹ extremitates incurrat. Ponat̃ enĩ parit̃ paris ordo ab vno vsqꝫ. 128. hoc mõ. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. et ea sit sũma maxĩa. In h̄ igit̃ qm̃ pares dispositiões sũt: vna medietas nõ põt ĩueniri. Sũt igit̃ duę: id est. 8. et. 16. q̃ ꝯsiderãdę sũt quẽadmodũ ip̃e sibi rñdeãt. Totius enĩ summe id est 128. octaua pars est. 16. sextadecima. 8. Rursus sup has partes quę sunt: ipsę sibi inuicem respondebũt:

id est.32.et.4..Naz.32. quarta ps
ē totiꝰ sūmę .4.vo trigesimasecūda
Rursus sup has partes.64.secūda
pars est.2. vero sexagesimaquar-
ta. Donec extremitates limitem fa-
ciant:quas dubium non est eadem
responsione gaudere. Est enim om
nis summa semel. 128. vnus vero
centesimus vigesimus octauus.
Si autem impares terminos pona
mus id est summas: idem enim ter
minos quod sūmas nomino: scōm
imparis naturā potest vna medie-
tas inueniri: atque vna sibi ipsa est
responsura. Si enim ponat hic or-
do. 1.2.4.8.16.32.64. vna erit so-
la medietas id est.8.Qui.8.summę
totiꝰps est octaua ꝛ sibiipi ad deno
minationē quantitatēque conuer-
tit. Eodēque modo sicut superius
circa ipsuz qui sunt termini:donant
sibi mutua nomina scōm proprias
quantitates vocabulumque permu
tant. Nam.4.sextadecima pars est
totius summe. 16.vero quarta. Et
rursus super hos terminos .32. se-
cunda pars est totius summę .2.ve
ro trigesima secunda: ꝛ semel tota
summa.64.sunt: sexagesimaquar-
ta vero vnitas inuenit. Hoc igitur
est quod dictum est:omnes eiꝰpar-
tes ꝛ nomine ꝛ quantitate pariter
pares inueniri. Hoc quoque multa
consideratione: multaque constan
tia diuinitatis perfectum est: ut or-
dinatim dispositę minores summę
in hoc numero ꝛ super seipsas coa-
ceruatę:sequēti minus vno semper
equent. Si enim vnum iungas his
qui sequunt duobus: fiunt.3.id est
qui vno minus quaternario cadūt.
Et si superioribꝰ addas .4. sunt.7.
qui ab octonario sequente sola vni
tate vincuntur. Sed si eosdem.8.si
pradictis adiunxeris. 15.fient. qui
par. 16.numeri existeret quantita-
ti:nisi minor vnitas impediret. Hoc
autem prima etiam numeri proge-
nies seruat atqꝫ custodit. Namque
vnitas quę prima est:duobus subse
quentibus sola est vnitate contra-
ctior:vnde nihil mirum est: totum
summę crementū proprio consenti
re principio. Hęc aūt nobis cōside-
ratio maxime proderit in his nume
ris cognoscendis quos superfluos
vel imminutos perfectosque mon-
strabimus. Illic enim coaceruata
quantitas partium:numeri totius
termino cōparat. Illud quoque
nulla possimus obliuione trāsmit-
tere: quod in hoc numero respon-
dentibus sibi inuicez partibus mul
tiplicatis:maior extremitas eiusdez
numeri summaque conficit. Et pri-
mum si pares fuerint dispositiones
medij multiplicant:atque inde qui
super ipsos sunt:vsque ad supradi-
ctas extremitates. Si enim fuerint
pares dispositiones: scōm naturaz
paris duos in medio terminos cō-
tinebunt: ut in ea dispositione nu-
merorum in qua extremus termi-
nus. 128.finitur. In hoc enim nu-
mero medietates sūt .8.scz et. 16. q̄
si se multiplicatę: maioris sūmā cre-
scēte pluralitate ꝛficiēt. Octies eni
16.uel sedecies.8.si mltiplices. 128
sūma ꝛcrescit. Atqꝫ hi numeri q̄ sup
eosdē sūt si multiplicent idez faciūt

Nam .4.et.32. in se si multiplices: supradictã faciẽt extremitatẽ.4.eni trigies et bis:vel quater.32. ducti: 128.ĩmutabili necessitate cõplebũt. Atque hoc vsque ad extremos terminos cadit:id est. 1.ꝛ. 128.Semel eni extrem⁹termin⁹. 128.est. Cẽties vigies atque octies vnitate multiplicata:nihil de priore quãtitate mutabit̃.Si aũt impares fuerint dispositiones:vnus medius termin⁹ inuenit̃:atque ipse sibi ꝓpria multiplicatione respondet. In eo nãque ordine numeroꝝ: vbi extremus termin⁹ 64.pluralitate concludit̃:sola inuenit̃ vna medietas:id est.8.Quam si octies id est in semetipsam multiplices.64.explicabit.Atque idem reddunt illi qui suꝑ hanc medietatẽ sũt ut dudũ hi qui super duas positi faciebant. Naꝫ quater. 16.64.sunt:ꝛ sedecies.4.idez complent. Rursus bis.32.facti a.64.non discedunt: ꝛ trigies bis duo:eosdẽ cumulãt: ꝛ semel.64.uel vnitas sexagies quater multiplicata: eundem numerũ sine vlla varietate restituent.

De numero parit̃ impari eiusque proprietatibus. Cap̃. 10.

Pariter aũt impar numer⁹ est qui ꝛ ipe quidẽ paritatis naturã substantiamque sortitus ẽ: sed in contraria diuisione: nature numeri pariter paris opponit̃. Docebitur nãque q̃ꝫ longe hic dissimili ratione diuidatur. Nam quoniã par est in partes equales recipit sectionem partes vero eius mox indiuisibiles atque insecabiles permanebunt: ut sunt.6. 10. 14. 18.22. ꝛ his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris diuisione partitus: incurris in imparem quem secare nõ possis. Accidit autez his qd̃ omnes partes contrarie denominatas habent :q̃ꝫ sunt quantitates ipsarum partium quę denominant̃. Neque vnquã fieri potest:ut quęlibet pars huius numeri:eiusdẽ generis denominationẽ quãtitatẽque suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par:quantitas partis erit impar: et si fuerit denominatio impar:quãtitas erit par:ut in. 18.secunda eius pars est:id est media quod paritatis nomen est .9. quę impar est quãtitas. Tertia vero quę impar est denominatio:sex :cui par pluralitas ẽ Rursus si cõuertas sexta pars quę par est denominatio : tres sunt: sed ternarius impar est. Et nona pars quod impar ẽ vocabulũ.2.qui par numerus est.Atque idez in alijs cũctis qui sũt pariter impares inuenit̃ Neque vnquã fieri potest:ut cuiuslibet partis: sit eiusdẽ generis nomẽ ꝛ numerus.Fit aũt hoꝝ procreatio numeroꝝ:si ab vno disponant̃ quicũque duobus differũt: id est omnibus imparibus naturali sequentia atque ordine cõstitutis. Nãque hi si per binariũ numerũ multiplicent̃ omnes pariter impares:rite plura-

litas dimensa efficiet. Ponat enim prima vnitas. 1. & post hunc qui ab hoc duob⁹ differt: ideſt tres: & post hunc qui rursus a ſuperiore duob⁹ id eſt. 5. & hoc īfinitū: & ſit huiuſmodi diſpoſitio. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Hi ergo naturaliter ſequentes impares ſūt: quos nullus in medio par numerus diſtinguit. hos ſi per binariū numerum multiplices: efficies hoc modo. bis vnū id eſt. 2. qui diuidī quidem: ſed ei⁹ partes indiuiſibiles reperiuntur: propter inſecabilis vnitatis naturā. Bis. 3. bis. 5. bis. 7. bis. 9. bis. 11. & deinceps ex quibus naſcunt hi. 2. 6. 10. 14. 18. 22. Quos ſi diuidas: vnaz recipiunt ſectionē: ceterā repudiātes: quod ſecunda diuiſio ab imparis medietate partis excludit. His aūt numeris ad ſe inuicem quaternarij ſola diſtantia eſt. Nāque inter duo & ſex numeros. 4. ſūt. Rurſus inter 6. & 10. & inter. 10. & 14. & inter. 14. & 18. idem quaternarius differētiā facit. Hi nanq; omnes quaternaria ſeſe numeroſitate tranſcēdunt. Qō idcirco contingit: quoniā primi qui poſiti ſunt id eſt eorum fundamenta: binario ſe numero precedebant: quos quoniam per binariū multiplicauimus: in quaternariū numerꝫ creuit illa progreſſio. Duo enim per bis multiplicati: quaternarij faciūt ſummam. Igitur in naturalis numeri diſpoſitione: pariter impares numeri quinto loco a ſe diſtant: ſolis: 4. ſe precedunt. 3. in medio tranſeuntes per binariū numerum multiplicatis imparibus procreati. Cō/trarie vo eſſe dicunt hę ſpecies numeroꝫ: id eſt pariter par: & pariter impar. quod in numero pariter impari ſola diuiſionē recipit maioꝫ extremitas: in illo vo ſolus minoꝫ terminus ſectione ſolutus eſt. & quod i forma pariter paris numeri: ab extremitatibus incipienti: & vſque ad media progredienti quod continei ſub extremis terminis idem eſt illi quod continetur ſub intra ſe poſitis ſummulis. Atque hoc idem vſque ad duas medietates fuerit ventum in diſpoſitionibus ſcilicet paribus. Si aūt fuerint impares diſpoſitiones quod ab vna medietate cōficū hoc idez ſub altrinſecus poſitis partibus procreatur. Atque hoc vſque dum ad extremitates proceſſio fiat In ea enim diſpoſitione que eſt. 2. 4. 8. 16. idem reddunt. 2. p. 16. multiplicati: quod. 4. per octonariū numeruz ducti. Utroque enim modo 32. fient. Quod ſi impar ſit ordo ut eſt. 2. 4. 8. idē facient extremi quod medietas. Bis eniz. 8. ſunt. 16. quatuoꝫ quater ſunt. 16. qui numerus a quaternario in ſe ducto perficit. In numero vo pariter impari ſi fuerit vnus in medio terminus: circū ſe poſitoꝫ terminoꝫ ſi in vnū rediganꝫ medietas eſt. Et idem eoꝫ q̄z g ſuper hos ſunt terminos medietas eſt. Atque hoc vſque ad extremos omniū terminoꝝ vt in eo ordine g eſt pariter impariuz numeroꝫ. 2. 6. 10. iunctus binarius cum denario 12. explet. cuius ſenari⁹ medietas inuenit. Si vo fuerint due medietates iuncte: ipe vtrę equales erū

super se terminis constituit. ut est in hoc ordine. 2. 6. 10. 14. Juncti enim 2. et. 14. in. 16. crescunt: quos senarius cum denario copulatus efficiet Atque hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a medijs euenit vsque dum ad extrema veniat.

De numero impariter pari eiusque proprietatibus. Cap. 11.

IMpariter par numerus est ex vtrisque cõfectus et medietatis loco gemina extremitate concludi tur. ut qua ab vtroque discrepet: eadẽ ad alterutrũ cognatione iungatur. Dic aũt talis ẽ qui diuidit in ęquas partes. cuiusque pars in alias ęs diuidi põt: et etiam aliquãdo partes partiũ diuidunt: sed nõ ut vsque ad vnitatem progrediat ęquabilis illa distinctio: ut sunt. 24. et. 28. Hi enim possunt in medietates diuidi: et eorum rursus partes in alias medietates sine aliqua dubitatione soluunt Sunt etiam quidã alij numeri quorũ partes alias recipiunt diuisiones sed ipsa diuisio ad vnitatẽ vsque nõ puenit. Igitur in eo quod plus ẽs vnã suscipit sectionẽ: habet filitudinem pariter paris: sed a pariter impari segregat. In eo vo quod vsque ad vnũ sectio illa non ducit: pariter imparẽ nõ refutat: sed a pariter pari disiungit. Contingit aũt huic numero et vtraque habere quę supiores nõ habent: et vtraque quę illi recipiunt optinere. Et habet quidem quod vtrique non habent: quod cũ in vno solus maior terminus diuideret: in alio vero solus minor terminus non diuideret: in hoc neque solus maior terminus diuisionẽ recipit: neque minor solus terminus a diuisione seiungit. Nam et partes soluunt et vsque ad vnitatez sectio illa nõ puenit. sed ante vnitatem inuenitur terminus quem secare nõ possis. Optinet aũt quę illi quoq; recipiunt: quod quędã partes eius respondent: denominantque scõm genus suũ ad propriã quantitatẽ: ad similitudinez scilz pariter paris numeri. Alię vero partes cõtrariã denominationẽ sumunt proprię quantitatis ad pariter imparis scilicz formam. In. 24. enim numero par est quãtitas partis a pari numero denominata. Nam quarta. 6. secũda vero. 12. sexta vero. 4. duodecima 2. que vocabula partiũ a quantitatis paritate nõ discrepant. Contrarię vero denominant cũ tertia pars octo: octaua vo. 3. vigesima autem quarta. 1. q denominatiões cũ pares sint inueniunt impares quantitates. et cum sint pares summę: sunt impares denominatiões. Nascunt aũt tales numeri ita ut substantiaz naturãque suam in ipsa etiaz pria generatione designẽt: ex pariter paribus et pariter imparibus procreati. Pariter enim impares cuncti dum ordinatim positis imparibus nascebantur. pariter vero pares ex duplici pgressione. Disponant igit omnes in ordinem natur aliter im-

pares ꝛ sub his a quatuor inhoātes omnes duplices ꝛ sint hoc modo.

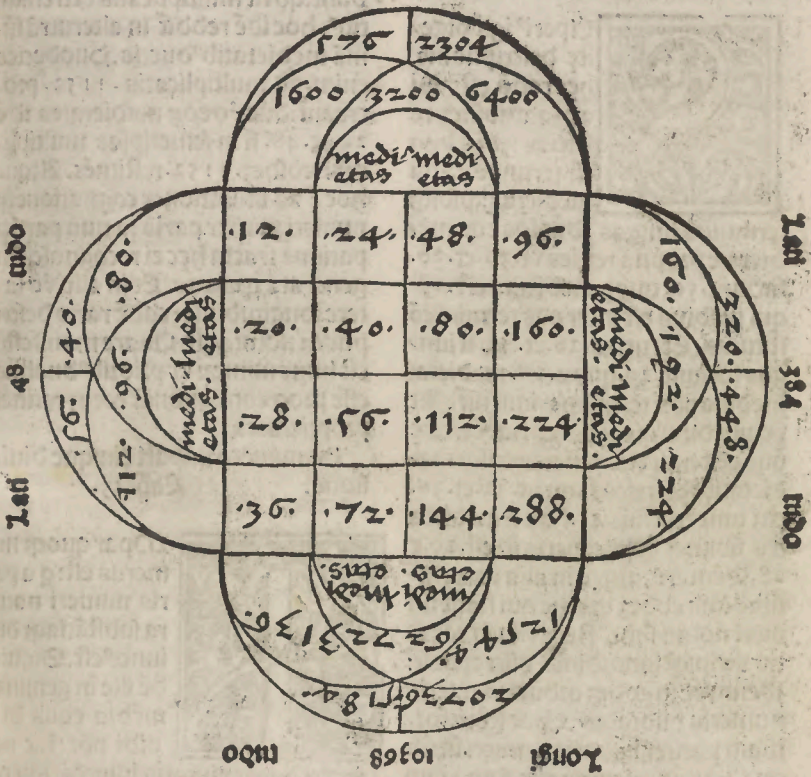
3	5	7	9	11	13
4	8	16	32	64	128

His igitur ita positis: si primus primi multiplicatione cōcrescat: id est si quaternarij ternarius: uel si idem primus secūdi: id est octonarij ternarius uel si idē primus tertij idest 16. ternarij ꝛ idem usq; ad ultimū. uel si secūdus primi ꝛ secūdi: ul si secundus tertij ꝛ eadē usque ad extremū multiplicatio pferat. uel si tertij a primo inchoās usque in extremuz trāseat. Atque ita quartus ꝛ omnes in ordinez superiores multiplicent eos qui sub ipsis in dispositione sūt omnes impariter pares procreabūt Huius aūt rei tale sumamus exempluz: si tres quater multiplices. 12. fient: uel si. 5. quatuor multiplicent 20. numerus excrescet: uel si itez. 7. multiplicent. 4. 28. succrescet: atque hoc usque in finē. Rursus si. 8. multiplicent. 3. nascent. 24. Si. 8. in. 5. fiunt. 40. si. 8. in. 7. colligentur. 56. Atque ad hunc modū si omnes inferiores duplices: a superiorib⁹ multiplicent uel si superiores eosdez inferiores multiplicent: cūctos qui nati fuerint impariter pares inuenies Atq; hęc est admirabilis huius numeri forma. quod cum fuerit ipsa dispositio descriptioque pspecta numeroꝝ: ad latitudinem pariter impariū: ad longitudinem pariter parium numeroꝝ proprietas inuenit. Sunt enim duabus medietatibus equales duę extremitates: uel una medietate duę duplices extremitates. In lōgitudinē vero pariter paris numeri: rem pprietatēque designat. Quod enim sub duabus medietatibus cōtinet: equale est ei qō sub extremis cōficitur. uel quod ab una medietate nascit: equale est illi quod sub utrisque extremitatib⁹ cōtinet. Descriptio aūt quę suppositā ē: hoc modo facta ē. Quātoscūque in ordine pariter parium numeroꝝ ternarius numerus multiplicauit: quicūque ex eo procreati sunt: primo sunt versū dispositi. Rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt: secundo loco constituti sunt. Post vero quos septenarij cęteros multiplicando procreauit: eosdem tertio cōscripsimus loco: atque idez reliqua descriptionis parte perfeci mus.

In hac formula sequenti similitudo pariter paris et pariter imparis ad impariter paris ostendit.

	3	5	7	9	
	4	8	16	32	

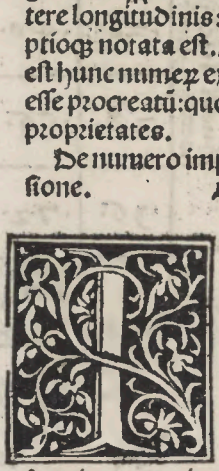
Longi 1152 tudo



Descriptiõis ad ipariter paris in latitudine :in longitudine ad pariter paris naturam pertinentis expositio. Cap. 12.

Superi⁹ igit dige/ste descriptionis hęcratio est. Si ad latitudinez respicias :vbi ē duorũ terminoꝝ vna medietas:ipsosqꝫ terminos iungas : duplos eos medietate propria repies vt. 36. et. 20. faciunt. 56. quoꝝ medietas est. 28. qui medius est inter eos termin⁹ cõstitutus. Et rursus. 28. et. 12. si iungas faciunt. 40. quoꝝ. 20. medietas medius eoꝝ terminus inuenit. At vo ubi duas medietates habẽt:vtrę que extremitates iunctę:vtrisqꝫ medietatib⁹ęquales fiunt ut. 12. et. 36. cuꝫ iungeris fiũt. 48. hoꝝ si medietates sibimet applicaueris id est. 20. ꝛ 28. idem erit. atqꝛe in alia parte latitudinis eodez ordine qui fiant numeri notati sunt. Neqꝫ vlla in re ratio vtriusqꝫ latitudinis discrepabit: idemque in eodez ordine in ceteris numeris pnotabis .ꝛ hoc scõm formam pariter imparis numeri fit:in quo hanc pprietatez esse supra iam scriptũ est. Rursuz si ad lõgitudinez respicias vbi duo termini vnaz medietatẽ habẽt quod fit ex multiplicatis extremitatib⁹:hoc fit si medi⁹ terminus suę capiat pluralitatis augmenta. Nã duodecies. 48. faciunt 576. Medius vo eoꝝ termin⁹ id est 24. si multiplicet:eosdẽ rursus. 576. pcreabit. Et rursus si. 24. in. 96. mꝛtiplicent faciũt. 2304. Quoꝝ medi⁹ termin⁹ id est. 48. si in semetipm ducaꝫ:idem. 2304. pcreant. Ubi autez termini duo duas medietates iludunt:qđ fit multiplicatis extremitatib⁹: hoc idẽ reddit in alterutrã sũmã medietatib⁹ductis. Duodecies enim. 96. multiplicatis. 1152. procreant:due vo eoꝝ medietates id ē 24. et. 48. si in semetipsas multiplicent:eosdez. 1152. restituẽt. Atque hoc ē ad imitationez cognationẽqꝫ numeri pariter paris :a quo partici patione tracta hęc ei recognoscit ingenerata ꝑprietas. Et in alio vo latere longitudinis: eadẽ ratio descriptioqꝫ notata est. Quare manifestũ est hunc numeꝝ ex prioꝛib⁹ duobus esse procreatũ:quoniã eoꝛuz retinet proprietates.

De numero impari eiusque diuisione. Cap. 13.



Impar quoqꝫ numerus est:g a paris numeri natura substãtiaqꝫ disiunct⁹ est. Siquidẽ ille in gemina mẽbra ęqua diuidi pot:hic nesecari queat vnitatis impedit interuẽtus. Tres habet similiꝛ sub diuisiones. quaꝝ vna ei⁹ pars est is numerus qui vocat prim⁹ ꝛ incõposit⁹ Scda vo qui est secũdus ꝛ cõposit⁹ Et tertia is qui quadã hoꝝ medietate cõiunctus est : ꝛ ab vtriusqꝫ cognatione aliquid naturaliꝛ trahit g est ꝑ se quidẽ secũdus ꝛ cõpositus: sed ad alios comparatus primus ꝛ

incõpositus inuenit.

De primo t incõposito. Cap. 14.

Primus quidẽ t incõpositus est q nullã aliã ptez habz nisi eã quę a tota nũeri quãtitate denomina ta sit. vt ipa pars nõ sit nisi vnitas ut sũt .3.5.7.11. 13.17.19.23.29.31. Jn his ḡ singu lis nulla vnq̃ alia ps inueniet: nisi quę ab ipis denoiata est: t ipa tan tũ vnitas ut supza iã dictũ ẽ. Jn tri bus enĩ vna ps sola est: id est tertia: q̃ a trib9 scz denoiata est: t ipa tertia ps vnitas. Eodẽq; mõ quinarij so la quinta ps est: t hęc vnitas. atque idez in singulis cõsequẽs reperiet. Dicit aũt primꝰ t incõposit9 gõ nul lus eũ alter numerus metiat: preter solã quę cunctis mater est vnitatẽ. Nãq; ternariũ .2. nõ numerãt: idcir co qm̃ si solos duos ꝺtra tres cõpa res pauciozes sunt. Sin vo binariũ bis facias: ampliozẽ trib9 cõcrescit i 3. Metit aũt numer9 nũez: quotiẽs uel semel ul bis uel tertio ul quoti ens libet numer9 ad numeꝝ ꝺparat9 neq; deminuta sũma neq; aucta ad cõparati nũeri terminũ vsq; puenit ut duo si ad .6. cõpares: binari9 nu mer9 senariũ tertio metiet. primos ḡ t incõpositos null9 numer9 metiet: ꝑter vnitatẽ solã. qm̃ ex nullis alijs nũeris cõpositi sũt scz tm̃ ex vnitatib9 in semetipis auctis multiplicatisq; p/ creant. Ter enĩ vn9 .3. t gnges vnus gnq;. t septies vn9 .7. fecerũt. Et alij qdẽ quos sup descripsim9 eode mõ nascunt. Di aũt in semetipsos multi plicati: faciũt alios nũeros velut pri mi. eosq; primã rez substãtiã vinq; sortitos: cũctoꝝ a se pcreatoꝝ velut q̃dã elemẽta repies. q; scz t incõpo siti sũt: t simplici gnatione formati: atq; i eos oẽs q̃tiq; ex his plati sũt nũeri resoluunt. ipi vo neq; ex alijs pducunt: neq; i alia reducunt.

De secũdo t cõposito. Cap. 15.

Secũd9 vo t cõpo sit9 t ipe qdẽ im/ par ẽppẽa, qõ ea dẽ imparis ꝓpie tate format9 ẽ: scz nullã in se retinet substãtiã pncipalẽ cõpositusq; ẽ ex alijs nũer(. habetq; ptes: t a seipo t ab alieno vocabulo denoiata. sed a seipo denoiatã ptẽ solã sp i his inuenies vnitatẽ. ab ali eno vo vocabulo vl vnã: vl quotlibz alias: quãti fuerint scz numeri gbus ille cõpositis pcreat. vt sũt hi .9. 15. 21.25.27.33.39. Hoꝝ ḡ singuli ha bẽt qdẽ a se denoiatas ptes ꝓprias scz vnitates. vt .9. nonã id est .1.15. gntãdecimã: eãdẽ rursus vnitatẽ. t i cęteris quos sup descripsim9 idẽ cõ uenit. Habẽt etiã ab alieno vocabu lo ptez. vt .9. tertiã: id est ternariũ. t 15. tertiã: id ẽ .5. et gntã: id est .3.21 vo tertiã: id ẽ .7. septimã. 3. t i oibus alijs eadẽ ꝺsequẽtia ẽ. Secũd9 aũt vocat hic nũer9: qm̃ nõ sola vnitate metit: scz etiã alio nũero a quo scz cõ iunct9 est. Neq; hz i se quicquã prin/

cipalis intelligentię. Nam ex alijs numeris procreat̃.9.quidem ex tribus.15.vo ex tribus et.5.et.21.ex tribus et.7.ꝛ ceteri eodem modo.

Compositꝰ aũt dicit̃ eo quod resolui pot̃est in eosdem ipsos a quibus dicit̃ esse cõpositus: in eos scilicet q compositus numeꝝ metiunt̃. Nihil aũt quod dissolui pot̃ incõpositum est:sed omni reꝝ necessitate compositũ.

De eo qui p se secũdus ꝛ cõpositꝰ ad aliũ primꝰ ꝛ incõpositꝰ ẽ. Cap. 16

Is vero contra se positis: id est primo ꝛ incõposito: et secũdo ꝛ cõposito ꝛ naturali diuersitate disiunctis: aliꝰ in medio cõsiderat̃. qui ipe quidez cõpositus sit ꝛ secundus:ꝛ alterius recipiens mẽsionẽ:atque ideo ꝛ partis alicni vocabuli capax: sed cuz fuerit ad alium einsdez generis numeꝝ cõparatus: nulla cũ eo cõmuni mensura coniũgit̃:nec habebũt partes equiuocas ut sũt.9.ad.25. nulla hos cõmunis numeroꝝ mensura metit̃: nisi forte vnitas quę omniũ numeroꝝ mẽsura cõmunis est. Et hi quidem non habent ęquiuocas partes. Nã quę in.9.tertia est:in.25.non est:ꝛ quę i 25.quinta est:in nouenario non est Ergo hi per naturam vtrique secũdi ꝛ compositi sũt:cõparati vero ad seinuicem primi incõpositique reddunt̃:quod vtrosque nulla alia mẽsura metit̃ nisi vnitas quę ab vtrisq; denominata est. Nam in nouenario nona est:in.25.vigesima quita.

De primi ꝛ incõpositi:ꝛ secundi ꝛ compositi:ꝛ ad se quidem secundi ꝛ compositi ad alterutruz vero primi ꝛ incõpositi procreatione. Cap. 17.

Eneratio aũt ipsoꝝ atq; ortus huiusmodi inuestigatione colligit̃. quam scilicet eratostenes cribrum noiabat:quod cũctis imparibus in medio collocatis p eaz quã tradituri sumus artẽ: qui primi:quive secũdi:quique tertij generis videant̃ esse distinguit̃. Disponant̃ enim a ternario numero cunctos ordinẽ impares:in quãlibet lõgissimã porrectionẽ.3.5.7.9.11.13 15.17.19.21.23.25.27.29.31.33. 35.37.39.41.43.45.47.49. His igitur ita dispositis considerandũ:primus numerus quez eoꝝ qui sunt in ordine positi primum metiri possit. Sed duobus pteritis illuz qui post eos est positꝰ mox metit̃. Et si post eundẽ ipsuz quẽ mẽsus est:alij duo trãsimissi sũt:illũ q post duos est rursus metit̃. Et in eodẽ modo si duos qs reliquerit: post eos qui est a primo numero metiẽdus est. Eodẽq modo relictis semp duobꝰ a primo in infinitũ pergẽtes metient̃. Szid

nō vulgo neque cōfuse. Nā primus numer⁹ illū qui est post duos scōm se locatos p suam quātitatē metit. Ternarius enī numer⁹ tertio. 9. metit. Si aūt post nouenariū duos reliquero: qui mihi post illos incurrerit: a primo metiendus est per secūdi imparis quantitatē: id est p quinariū. Nā si post. 9. duos relinquaz id est. 11. et. 13. ternarius numerus 15. metiet p secūdi numeri quātitatē: id est p quinarij qñ ternari⁹. 15. quinquies metit. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero: qui posterior positus est: eius primus numerus mensura est p tertij imparis pluralitatē. Naz si post. 15 intermisero. 17. et. 19. incurrit. 21. quē ternarius numerus scōm septenariū metit. 21. enim numeri ternari⁹ septima pars est. Atq; hoc in infinitū faciens: reperio primū numerū: si binos intermisero oēs sequentes post se metiri scōm quātitatē positoz ordine impariū numeroz. Si vero quinarius numerus qui in secundo loco est ꝯstitutus: velit quis cuius prima ac deinceps sit mensura inuenire: trāsinissis. 4. imparibus quintus ei quez metiri possit occurrit. Intermittant enī. 4. impares id est. 7. et. 9. et. 11. et. 13. post hos est quintus decimus: quē quinari⁹ metitur: scōz primi scz quātitatē: idē ternarij. quinq; enī. 15. tertio metitur. Ac deinceps si quattuor itermittat eum qui post illos locatus est: secūdus id est quinarius sui quantitate metit. Nā post quindecim intermissis. 17. et. 19. et. 21. et. 23. post eos 25: reperio: quos quinarius scz numerus sua pluralitate metit. Quinquies enī quinario multiplicato. 25. succrescūt. Si vo post hunc quilibet 4. intermittat: eadē ordinis seruata cōstantiā: qui eos sequit scōm tertij idest septenarij numeri summā a quinario metiet. Atque hęc est infinita processio. Si vo tertius numer⁹ quē metiri possit exquirit: sex in medio relinquent: z quē septimū ordo mō strauerit: hic per primi numeri id est ternarij quātitatē metiēdus est. Et post illuz sex alijs interpositis: quez post eos numeri series dabit: p quinariū id est p secūdū tertij eum mensura pcurret. Si vo alios rursus sex in medio quis relinquat: ille qui sequit per septenariū numerū ab eodem septenario metiēdus est: id est per tertij quantitatē. Atque hic vsq; in extremū ratus ordo pgredit. Suscipient ergo metiēdi vicissitudinez: quēadmodū sūt in ordinē naturaliter impares cōstituti. Metient aūt si p pares numeros a binario ichoantes positos inē se impares rata in termissiōe trāsiliāt. vt prim⁹ duos: secūdus. 4. tertius. 6. quartus. 8. quintus. 10. Vel si locos suos ꝺuplicēt z scōm duplationē termīos intermittāt: vt ternari⁹ qui primus est numerus z vnus. (Dis enī prim⁹ vnus est) bis locū suū multiplicet: faciatq; bis vnū. Qui cū duo sint: prim⁹ duos medios trāseat. Rursus secūdus id est quinarius: si locū suū duplicet. 4. explicabit: hic quoq; 4. intermittat. Itē si septenarius qui tertius est locū suū duplicet: sex treabit. Bis enī

3. senariũ iungunt. hic ergo in ordinem sex relinquat. Quartus quoq; si locũ suum duplicet. 8. succrescent. ille quoq; 8. transiliat. atq; hoc quidem in cęteris pspiciendũ. Moduꝫ aũt mẽsionis scõm ordinẽ collocatoꝫ ipsa series dabit. Nam primus primũ quem numerat: scõm primuꝫ numerat: id est scõm se. ⁊ scõm primus quem numerat: ꝑ scõm numerat. ⁊ tertium ꝑ tertiũ. ⁊ quartũ item ꝑ quartũ. Cum aũt secundus mensionẽ susceperit: primũ quem numerat scõm primum metiẽt. secundũ vo quẽ numerat ꝑ se: id est ꝑ secunduꝫ ⁊ tertiũ ꝑ tertium. ⁊ in cęteris eadeꝫ similitudine mensura ostabit. Alios ergo si respicias: vel qui alios mensi sunt: vel qui ipsi ab alijs metiunt: inuenies omniũ simul cõmunẽ mẽsuram esse non posse. neque ut oẽs quẽquã aliũ simul numerent. quosdam aũt ex his ab alio posse metiri ita ut ab vno tantũ numerent. alios vo ut etiã a pluribus. quosdam aũt ut preter vnitatẽ eoꝝ nulla mensura sit. Qui ꝙ nullã mensuram preter vnitatẽ recipiũt: hos primos ⁊ incõpositos iudicamus. qui vo aliquaꝫ mensuram preẽ vnitatẽ uel alienigenę partis vocabulũ sortiunt: eos pnunciemus secũdos atque compositos. Tertiũ vo illud genus ꝑ se secũdi ⁊ cõpositi: primi vo ⁊ incõpositi ad alterutrũ cõparati: hac inquisitoꝝ ratione reperiet. Si eniꝫ quoslibet illos numeros scõm suã ĩ semet ipsos multiplices quantitatẽ: qui pcreãt ad alterutrũ comparati: nulla mensurę cõmunione iungunt. Tres enim ⁊. 5. si multiplices: tres tertio 9. faciũt: ⁊ quinquies. 5. reddent. 25 His igit nulla ẽ cognatio cõmunis mensurę. Rursus. 5. et. 7. quos procreant si cõpares: hi quoq; incõmẽsurabiles erũt. Quinquies enĩ qnq; ut dictũ est. 25. septies. 7. faciũt. 49. Quoꝝ mensura nulla cõmunis est: nisi forte omniũ horum ꝓcreatrix ⁊ mater vnitas.

De inuentione eoꝝ numeoꝝ qui ad se secũdi ⁊ cõpositi sunt: ad alios vo relati primi ⁊ incõpositi. Cap. 18

Ta vero ratione tales numeros inuenire possimus: si quis nobis eos dẽ proponat ⁊ impet agnoscere vtrum aliqua mẽsura cõmẽsurabiles sint: an certe sola vnitas vtroscq metiat: reperiendi ars talis est. Datis enim duob⁹ numeris inęqualib⁹: auferre de maioꝛe minoꝛẽ oportebit. ⁊ qui relict⁹ fuerit: si maioꝛ est: auferre ex eo rursus minoꝛẽ: si vo minoꝛ fuerit eũ ex reliq̃ maioꝛe detrahere. Atq; hoc eo vsq; faciendũ: quoad vnitas vltima vicẽ retractionis impediat: aut aliqs numer⁹ impar necessario si vtriq; numeri impares ꝓponant. Sed eũ ꝙ relinquit numeꝝ: fibiipsi videbis ęqualem. Ergo si in vnũ incurrat vicissim ista subtractio: primi cõtra se necessario numeri dicent: ⁊

nulla alia mensura nisi sola vnitate cõiũcti. Si vero ad aliquẽ numerũ ut supius dictũ est: finis deminutionis incurrerit: erit enĩ numerus qui metiat̃ vtrasq; sũmas. atque eũdẽ ipm qui remãserit: dicem⁹ vtroꝝq; cõmunẽ esse mensurã. Age enĩ duos numeros ꝓpositos habeamus: quos iubeamur agnoscere: an eos aliqua mẽsura cõmunis metiat̃. Atque hi sint. 9. scz ⁊. 29. hoc igit̃ faciem⁹ modo reciprocã deminutionẽ. Auferamus de maiore minorẽ: hoc est: de 29. nouenariuz: relinquent̃. 20. Ex his g̊. 20. rursus minorẽ detraham⁹ id est. 9. ⁊ relinquent̃. 11. Ex his rursus detraho. 9. relicti sunt. 2. Quos si detraho nouenario: relicti sunt. 7. Qd̃ si duo rursus septenario dẽpserim: supsunt. 5. atq; ex his alios duos: tres rursuz exuberãt. quos alio binario diminutos sola vnitas sup stes egredit̃. Rursus si ex duobus vnũ auferã: i vno termin⁹ detractionis hęrebit: quẽ duoꝝ illoꝝ numeroꝝ id est. 9. et. 29. solũ neq; aliũ cõstat esse mensurã. hos ergo cõtra se primos vocabim⁹. Sed sint alij numeri nobis eadẽ cõditione ꝓpositi: id est. 21. et. 9. vt quales hi sint inuestigent̃ cũ sibimet fuerint inuicẽ cõparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quãtitatẽ: id est. 9. de. 21. relinquent̃. 12. Ex his rursus demo. 9. supsunt. 3. Qui si ex nouenario retrahant̃: senarius relinquet̃. Quibus itẽ si quis ternarium demat. 3. relinquent̃. de quib⁹ tres detrahi nequeunt. atque hic est sibi ipsi ęqualis. Nã. 3. qui detrahebãt̃ vsque ad ternarium numeꝝ ꝑuenerunt. a quo quoniam ęquales sunt: detrahi minuique non poterunt. Hos igit̃ cõmensurabiles pronunciabimus ⁊ est eorũ qui est reliquus ternarius mensura cõmunis.

Alia partitio paris secundum ꝑfectos imperfectos ⁊ vltra quam ꝑperfectos. Cap̃. 19.

AC de imparib⁹ numeris quantũ introductionis ꝑmittebat breuitas expeditu est. Rursus numerorũ pariũ sic fit secunda diuisio. Alij eniz eoꝝ sunt supflui. alij diminuti scd̃m vtrasq; habitudines inęqualitatis. Oĩs quippe inęqualitas: aut in maiorib⁹ aut in minoribus cõsiderat̃. Illi enĩ immoderata quodammodo plenitudine: proprij corporis modũ partiũ suaruz numerositate ꝑcedũt. Illos aũt veluti pauꝑtate ĩopes oppssosq; q̃dã naturę suę inopia mĩor quã ipi sũt ꝑtiũ sũma cõponit. atq; illi q̃dez quoꝝ ꝑtes vltra quã sat̃ est sese porrexerũt: supflui noĩant̃. ut sũt. 12. ul̃ 24. Hi enĩ suis ꝑtib⁹ cõparati maiorẽ ꝑtiũ sũmã toto corpe sortiũt̃. Est enĩ duodenarij medietas. 6. ꝑs tertia. 4. ꝑs q̃rta. 3. ꝑs sexta. 2. ꝑs duodecima. 1. est. Oĩsq; hic cumul⁹ redũdat in. 16. ⁊ toti⁹ corꝑis sui multitudinez vincũt. Rursus. 24. nũeri medietas est. 12. tertia. 8. q̃rta. 6. sexta

4.octaua tria:duodecima.2.vicesimaquarta vnum qui oēs triginta ⁊ sex repēdūt. Jn qua re manifestū ē quod summa partiū maior est:⁊ supra propriū corpus exundat. Atq; hic quidē quoniaz cōpositę partes totius summā numeri vincunt: sup fluus appellat. Deminutus vero ille cui⁹ eodē modo cōpositę partes totius termini multitudine superāt: vt.8.vel.9.habet enī octonari⁹ partem mediā:id est.4.habet ⁊ quartā id est duo. habz ⁊ octauā id est vnū quę cunctę in vnuz redactę.7.colligunt:minorē scz summā toto corpore excludētes. Rursus.14.habēt medietatē id ē septenariū. habēt septimā:id ē.2.hūtārtādecimā id ē.1.q̄ in vnū si collectę sint: denarij numeri summa cōcrescit:toto scz termino minor. Atque hi quidez hoc modo sunt:ut prior ille quē sue partes superāt talis videat:tāq; si quis multis sup naturā manibus nat⁹ vt centimanus gigas.vel triplici cōiūctus corpore:ut gerio tergemin⁹ ul' quicquid vnquā mōstruosum natura in partiū multiplicatione surripuit. Jlle vero ut si naturalit quadā necessaria parte detracta:aut min⁹ oculo nascerē: ut cyclopeę frōtis dedec⁹ fuit.uel quo alio curtat⁹ mēbro: naturale totius sue plenitudinis dispē diū sortirē. Jnter hos aūt velut inter ęquales intēperātias medij temperamētū limitis sortitus est ille numerus qui pfectus dicit:virtutis scz ęmulator qui nec supuacua pgressi one porrigit:nec cōtracta rursus diminutione remittit: sed medietatis obtinēs terminū suis ęqu⁹ partib⁹; nec crassat abundantia: nec eget inopia:ut sex uel.28. Nāq; senari⁹ habet partē mediā id est.3.⁊ tertiā id est.2.⁊ sextā id est.1. quę in vnā sūmā si redactę sint:par totuz numeri corpus suis partibus inuenit.28.vero habet medietetē.14.⁊ septimā.4 nec caret quarta id est.7. possidet quartādecimaz.2. et reperies in eo vicesimā octauā.1.quę in vnū redactę totū partibus corpus ęquabunt 28.enim iuncte partes efficient.

De generatione numeri perfecti. Cap.20.

EST aūt ī his quoq; magna similitudo virtutis ⁊ vicij. Perfectos enim numeros raro innenies: eosque facile numerabiles. quippe qui pauci sunt:⁊ nimis cōstāti ordine procreati. at vero superfluos ac deminutos longe multos infinitosque reperies:nec vllis ordinib⁹ passim inordinateque dispositos:⁊ a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerū.6.intra centenarium 28.intra millenariuz numerū.496. intra decem milia.8128. Et semp hi numeri duobus paribus terminant.6.et.8.⁊ semper alternatim in hos numeros summarum fine perueniūt. Nam ⁊ primum sex deinde 28. Post hos.496. idem senarius qui primus, post quem.8128.idem

octonarius qui secūdus. Generatio aūt pcreatioq; eorū est fixa firmaq; nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo fiāt aliud quidda vl lo modo valeat pcreari. Dispositos enī ab vno oēs pariter pares nume ros in ordinē quouscq; volueris: pri mo scōm aggregabis: z si primꝰ nu merus z incōpositꝰ ex illa coacerua tione factꝰ sit: totā sūmā in illū multi plicabis quē posteriꝰ aggregaueras Si vo coaceruatione facta primꝰ z incōpositꝰ nō inuētꝰ fuerit sz cōpositꝰ z secūdus: hūc transgredere atq; ali um q sequit aggregabis. Si vo nec dū fuerit primus z incōpositus: aliū rursus adiunge z vide quid fiat. Qō si primū incōpositūq; reperies: tunc in vltimę multitudinē sūmę coacer uationez multiplicabis. Disponant enim oēs pariter pares numeri hoc modo. 1.2.4.8. 16.32.64. 128. faci es g ita: pones. 1. eiq; aggregabis. 2. Tūc respicies ex hac aggregatiōe qui numerꝰ factus sit: sunt. 3. qui sci licet primus z incōpositus est: z post vnitatē vltimū binariū nūex aggre gaueras. Si igit ternariū id ē qui ex coaceruatione collectꝰ est p binariū mltiplices qui est vltimus aggrega tus: pfectus sine vlla dubitatiōe na scet. Bis enī. 3. 6. faciūt. qui habent vnā quidē a se denominatā partem id ē sextā: tres vero medietatē secū dū dualitatē. at vero duo scōm coa ceruationē id est scōm tertiariū: qñ coaceruati tres multiplicati sūt. Vi gintiocto aūt eodē modo nascunt. Si enī sup vnū z duo qui sūt tres ad das sequentē pariter parē id est. 4. septenariā summā faciet. sed vltimū numerū quaternariū osequenter ad iunxeras: per hūc igit si illā coacer uationē mltiplicaueris: pfectus nu merus procreat. Septies enī. 4. 28. sunt: qui est suis partibꝰ par: habens vnū a se denominatum id est vigesi mūoctauū: medietatē vero scōm bi nariū. 14. scōm quaternariū. 7. septi mā vero scōm septenarium. 4. scōm omniū collectionē quartūdeci: nū: duo: qui vocabulo medietat oppo nit. Ergo cum hi reperti sint: si alios inuenire secteris: eadē oportet ratio ne vt vestiges. Pones enī vnū lice bit: z post hūc. 2. z. 4. qui in septena riū cumulant: sed de hoc dudū exti tit. 28. pfectus numerꝰ. Huic igit q sequit pariter par id est. 8. cōtinens iungat accessio. qui prioribus super ueniens. 15. restituit. Sed hic pri mus et incōpositus non est. Habet enim generis alterius partem super illam quę est a seipsa denominata: quintādecimam scilicet vnitatem. Hunc igitur quoniam secūdus est z cōpositus preterito: z adiunge supe rioribus continentē pariter parem numerū id est. 16. Qui cum. 15. iun ctus vnuz ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus z incompositus est. Hunc igitur cuz extremi aggregati summa multiplica: vt fiant sedecies 31. qui. 496. explicant. Hec autem est intra millenarium numerū per fecta z suis partibus equa numero sitas. Igitur prima vnitas virtute at que potentia non etiam actu vel re

ꝛ ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numeroꝝ: video primā atq; incōpositam. quā si per seipsam multiplico: eadem mihi vnitas procreatur. Semel enī vnū solam efficit vnitatē quę partibus suis ęqualis est potentia solum: cęteris etiā actu atq; opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est qō et prima est ꝛ incōposita: ꝛ per se ipsam multiplicata sese ipa conseruat. Sed quoniā de ea quātitate quę per se fit dictū est. operis sequentiā ad illā quę refertur ad aliquid trāsferamus.

De relata ad aliquid quantitate. Cap. 21.

AD aliquid vero quantitatis duplex est pma diuisio. Omne enī aut ęquale est: aut inęquale ęquid alteri? cōparatiōe metiť. Et ęquale quidē est: qō ad aliquid cōparatū neque minore sūma infra est: neq; maiore trāsgrediť. vt denarius denario: vel ternarius ternario vel cubitum cubito: vel pes pedi: et his simila. Hęc aūt pars relatę ad aliquid quantitatis id est ęqualitas naturaliter indiuisa est. Nullus enī dicere potest: quod ęqualitatis hoc quidē tale est: illud vero huiusmodi Omnis enī ęqualitas vnā seruat in propria moderatione mensurā. Illud etiā quod quę ei quantitas cōparatur: non alio vocabulo atque ipsa cui comparatur edicitur. Nam quēadmodū amicus amico amicus est: vicinusq; vicino: ita dicitur ęqualis ęquali. Inęqualis vero quantitatis gemina diuisio est. Secatur enī quod inęquale est in maius atq; minus: quę contraria sibimet denominatione funguntur. Nanq; maius minore maius est: ꝛ minus maiore minus est: ꝛ vtraq; non eisdem vocabulis quemadmodū secundus ęqualitatem dicuꝝ est sed diuersis distantibusq; signata sunt ad modū discentis scilicet vel docentis: vel cędentis vel vapulantis: vel quęcunque ad aliquid relata aliter denominatis cōtrarijs cōparanť.

De speciebus maioris inęqualitatę et minoris. Cap. 22.

MAioris vero inęq̄litatis quinq; partes sunt. Est enim vna quę vocať multiplex alia suppartícularis: tertia superpartiens: quarta multiplex superparticularis: quinta multiplex superpartiens. Dis igitur quinq; maioris partibus oppositę sunt alię quinq; partes minoris quemadmodū ipsum maius minori semper opponiť: que minoris species ita singillatim speciebus. v. maioris his quę supra dictę sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nuncupentur: sola tantum sub prępositione distantes. Dicitur enī sub mul

tiplex: subsuperparticularis: subsuperpartiens: multiplex subsuperparticularis: & multiplex subsuperpartiens.

De multiplici eiusq; specieb⁹ earūq; generationibus. Cap. 23.

RVrsus m'tiplex est prima pars maioris inequalitatis: cunctis alijs antiquior naturaque prestantior. vt paulopost demonstrabimus. Hic autem numerus huiusmodi est: vt comparatus cum altero: illum contra quem comparatus est habeat plus quaz semel. Qđ primū in naturalis numeri dispositione conueniet. Namque ad vnuz cuncti qui sequuntur: omniū ordine multipliciū sequentias varietatesq; custodiunt. Ad primū enī id est vnitatem. 2. duplus. 3. triplus. 4. quaduplus. atque ita in ordinem progredientes: omnes texuntur multiplices quantitates. Quod autem dicum est: plus quā semel: id a binario numero principium capit: & in infinitum per ternarium quaternariumq; & cęterorum ordinem sequentiamque progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur submultiplex. & hec quoque prima minoris quantitatis species est. Hic aūt numer⁹ huiusmodi ē: qui in alteri⁹ cōparatiōe ꝓduct⁹: plus quā semel maioris numerat sūmā: sita scz quātitate cuz eo ęqliter inchoās ęq literq; determinās. Idem aūt dico numerat qđ metit. Si igit bis soluz maiorē numez minor numer⁹ metiatur: subduplus vocabit. si vo ter: subtriplus. si q̄ter: subq̄druplus. et sit per hęc in infinitū pgressio. addi aq; eos semp sub p̄positione nominabis. vt vnus duoz subduplus. trium subtriplus. 4. subq̄druplus appellat & cōsequenter. Cū aūt natura liter multiplicitas & submultiplicitas infinita sit: eorū quoq; species per ꝓprias generationes in infinita consideratione versant. Si enī positis in naturali constitutione numeris singulos per suas cōsequentias pares eligas: omniū ab vno parium atq; imparium sese sequentium duplices erunt. et huius speculationis terminus non deficit. Ponat enī naturalis numerus hoc modo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. Horum ergo si primū sumas parem id est. 2. primi duplus erit id est vnitatis. Si vero sequentem parem id est. 4. secundi duplus est: id est duorū. Si vero tertiū parē sumas id est. 6. tertij numeri in naturali cōstitutione duplus est id est ternarij. Si vero quartū parē inspiciat id est. 8. quarti numeri id est q̄ternarij duplus est. Idēq; in cęteris in infinitū sumentib⁹ sine aliquo impedimento procedit. Triplices aūt nascuntur: si in eadem dispositiōe naturali duo semper intermittant: & qui post duo sūt ad naturalem numerū

cõparentur excepto ternario: qui vt vnitatis triplus sit solũ binariũ pretermittit. Post vnũ ꝛ duo. 3. sũt qui triplus vnius est. Rursus post. 4. et 5. sunt. 6. qui secũdi numeri idest duorũ triplus est. Rursus post. 6. sunt 7. et. 8. et post hos. 9. qui tertij numeri idest ternarij triplus est. Atq; hoc idem in infinitũ siquis faciat sine vlla offensione pcedit. Quadruplorũ vero generatio icipit si quis tres numeros intermittat. Post vnũ quippe ꝛ. 2. et. 3. sunt. 4. qui primi id est vnius quadruplus est. Rursus si intermisero quinariũ: senariũ: ꝛ septenariũ: octonari⁹ mihi quart⁹ occurrit: tribus scilicet intermissis: qui binarij id est secũdi numeri quadruplus est. At verò si post octo tres terminos intermisero id est. 9. et. 10. ꝛ. 11. duodenarius qui sequit̃ ternarij numeri quadruplus ẽ. Atq; hoc idem in infinitũ pgressis necesse est eueni re: semp q; vna terminoꝝ intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplic numeri vices inuenire miraberis. Si cni. 4. intermittas: quincuplus inuenit̃. si quicq; sex cuplus. si sex septuplus. semp q; ipsi⁹ multiplicitatis nomine vno minus intermissiõis vocabulo pcreant̃. Nã duplus vnum intermittit: triplus. 2. quadruplus. 3. quincupluſ. 4. Et de inceps ad eundẽ ordinẽ sequẽtia ẽ. Et oẽs quidẽ dupli scõm ppias sequentias pariũ numerorũ pares sũt Tripli vero vnus semp par termin⁹ impar alius inuenit̃. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatẽ. Cõstituunturq; a quarto numero vno ex priorib⁹ per ordinẽ positis paribus intermisso: primo pari binario. post hunc. 8. intermisso senario. post hunc. 12. trãsmisso denario. Atq; hoc idem in cęter̃ Quincupli vero ppositio scõm triplicis similitudinez alternatim paribꝰ atq; imparibus positis ordinat̃.

De supparticulari eiusq; speciebus earũq; generationibꝰ. Cap. 24.

Superparticularis vero ẽ numerus ad alterũ cõparatus: quotiẽs habet̃ se totũ minorẽ ꝛ partẽ eius aliquã. Qui si minoris habeat medietatẽ: vocat̃ sesqualter. si vo tertiã partem: vocatur sesquitertius. si vero quartaz: vocat̃ sesquiquartus. et si quintã: vocatur sesquiquintus. Atque his nominibus in infinitũ ductis: in infinitum quoq; superparticulariũ forma progredit̃. Et maiores quidez numeri hoc modo vocantur: minores vero qui habentur toti ꝛ eorũ aliqua ps: vnus subsesqualter: alter subsesquitertius: alius subsesquiquartus: alius vero subsesquiquintus: atq; idez scõm maiorũ normã multitudinẽq; protẽdit̃. Voco aũt maiores numeros duces: minores comites. Supparticulariũ quoq; infinita est multitudo: ob eam rẽ quod eiusdẽ species interminabili progressione fungunt̃. Nanq; sesqualter habebit quidez duces oẽs post ternariũ nume/

rū naturaliter triplices. Comites vo omnes post binariū naturaliter pa res. hoc modo: vt primꝰ primo: secū dus scō: tertiꝰ tertio cōpareť: ꝛ de/ inceps. Describantur enī longissimi versus triplicium naturalis numeri atqꝫ dupliciū: ꝛ sit hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Primus igiť versus cōtinet numeꝝ naturalē: secūdus eius triplicē: terti us vero duplicē. atqꝫ in eo si ternari us binario: vel si senarius quaterna rio: vl nouenariꝰ senario cōpareť: vl oēs triplices superiores si duplicabꝰ numeris cōsequentibus opponanť: emiolia id est sesqualtera proportio nasceť. tres enī habent intra se duo ꝛ eoꝝ mediā partē id est. 1. sex quo/ qꝫ otinent intra se. 4. ꝛ eoꝝ medieta tē id est. 2. ꝛ nouē intra se senarium daudūt: ꝛ eiꝰ mediā partē: id est. 3. eodēqꝫ modo in cęteris. Dicenduꝫ vero si quis secūdā speciē sup parti/ cularis numeri oſiderare desideret id est sesquitertiā: quali ratione repe riat. ac diffinitio quidē huius cōpa/ rationis talis est. Sesquitertius est: qui minori cōparatus habet eum se mel ꝛ eius tertiā partē. sed hi inueni unť si omnibꝰ a quaternario nume/ ro otinuatim quadruplis ostitutis: a ternario numero triplices cōparē tur: eruntqꝫ duces quadrupli: comi tes tripli. Sit enī in ordine hoc mo do numerꝰ naturalis: vt sub eo qua/ drupli: ꝛ sub eo tripli sint. supponať sub primo quadruplo primꝰ triplus sub scō secūdus: sub tertio tertiꝰ: et eodē modo cuncti eiusdē primi ver sus tripli in ordinē dirigantť.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	4	8	12	16	20	24	28	32
	3	6	9	12	15	18	21	24

Igitur primū primo si cōpares sesq tertia ratio otinebiť. Nā si. 4. tribus cōpares: habebūt in se. 4. totū terna riū ꝛ eius tertiā partē id est. 1. ꝛ si se/ cundū scō id est octonariū senario cōpares: idem inueniesť: habebit enī octonarius senariū totū ꝛ eiꝰ tertiaꝫ partē ideſt. 2. ꝛ per eandē sequentiā vsqꝫ in infinitū pgrediendū est. No/ tandū quoqꝫ est: qō. 3. comites sunt duces. 4. Rursus. 6. comites: duces 8. ꝛ in eodē ordine cęteri simili mo/ do vocanť duces sesquitertij: comi/ tes subsesquiterti): ꝛ in cunctis scōm hūc modum posita conuenit serua/ re vocabula.

De quodaꝫ vtili ad cognitionē sup particularibꝰ accidente. Cap. 25.

Hoc aūt admi/ rabile pfundiť simūqꝫ in isto/ rū ordinibꝰ in/ uenitur: qō pri mus dux pri/ musqꝫ comes ad se inuicem nulla numeri intermissione copulanť. Naꝫ primi se nullo in medio posito transeūt: se cūdi interponūt. 1. tertij duos: quar ti. 3. ꝛ deinceps vna semper minore quā ipsi sūt intermissione succresceūt Atqꝫ hoc vel in sesqualteris: vl in ses

quitertijs: vel in alijs supparticularis partibus necesse est inueniri. Nā que vt quaternarius cōtra ternariū cōparetur: nullū intermisimus. post 3. eniz mox. 4. sunt. At vō. 6. ꝯ. 8. in scdo scilicet sesquitertio: vna facta est intermissio. Inter. 6. eni et. 8. solus est septenarius qui transmissus est numerus. Rursus vt. 9. ꝯtra. 12. cōparemus: qui sunt in dispositione tertij: duorum mediorꝫ est facta trāsmissio. Inter. 9. eni et. 12. sūt. 10. et 11. scdm hunc modum quarta dispositio 3. quinta 4. intermittit.

Descriptio ꝑ quā docet cęteris inęq̄litatis speciebꝰ antiquiorē esse multiplicem. Cap. 26.

Uoniam autem naturaliter et secundū propriaz ordinis cōsequētiā: multiplicē inęqualitatis speciē cunctis pręposuimus: primāqꝫ speciem esse monstrauimus: licet hoc nobis posterioris operis ordine clarescat: hic quoqꝫ perstringentes id quod ꝓposuimus planissime breuiterqꝫ doceamus. Sit enim talis descriptio in qua ponat in ordinē vsque ad denarium numeruz continui numeri ordo naturalis: et secūdo versu duplus ordo texatur: tertio triplus: quarto quadruplus: ⁊ hoc vsqꝫ ad decuplū. Sic enim cognoscemus quēadmodū superparticulari et superpartienti: ⁊ cunctis alijs princeps erit species multiplicis: ⁊ quędam alia simul inspiciemꝰ ⁊ ad subtilitatē tenuissima: ⁊ ad scientiā vtilissima: ⁊ ad exercitationez mentis iocundissima.

Tetragona. Longitudo. Secūda vnitas.

Prima vnitas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Latitudo. Latitudo.

Tertia vnitas.

Secūda vnitas. Longitudo. Tetragona.

Ratio atq; expositio digestę formulę. Cap. 27.

SI igit̄ duo p̄ma latera ꝓpositę formulę q̄ faciūt āgulū: ab vno ad. 10. et. 10. ꝓcedentia respiciāt̄: ⁊ his subteriores ordies cōparent̄: qui scilicet a. 4. angulum incipientes: in vigenos terminū ponunt: duplex id est prima species multiplicitatis ostenditur: ita vt primus primū sola superet vnitate: vt duo vnū secūd⁹ scōm binario supuadat: vt q̄ternari⁹ binariū. terti⁹ tertiū tribus: vt senari⁹ ternariū. q̄rtus q̄rtū q̄ternarij numerositate transcendat: vt 8 q̄ternariū: ⁊ ꝑ eādē cūcti sequētiā sese minoris pluralitate pretereant. Si vero terti⁹ angulus aspiciat̄: q ab 9. inchoās lōgitudinē latitudinēq; tricenis altrinsecus numer⁹ extēdit: et hic cū p̄ma latitudine et lōgitudine cōparetur: triplex species multi-

plicitatis occurrit: ita vt ista cōpara
tio per .x. litterā fiat. Hiq; se nume/
ri superabūt secundū paritatē factā
naturaliter ɔnexionē. Primus eniz
primū duobus superat: vt vnū .3. se/
cūdus scōm quaternario: vt binariū
senarius. tertius tertiū sex: ut terna/
riū nouenariꝰ. ⁊ ad eūdē cęteri mo/
dū ꝓgressionis augescūt. Quaz rem
nobis scilicet ⁊ ipsa naturalis obie/
cit integritas: nihil nobis extra ma/
chinātibꝰ: ut in ipso modulo descri/
ptionis apparet. Si quis aūt quar/
ti anguli terminū qui sedeciz nume/
ri quantitate notatus est: ⁊ longitu/
dinē latitudinēq; in quadragenos
determinat velit supioribus cōpa/
rare ꝑ .x. littere formam ꝓportione
collata quadrupli multitudinē ꝑno
tabit. Hisq; est ordinabilis sup se ꝓ/
gressio vt primus primū tribus supe
ret: vt .4. vnitatē. Secūdus secūduz
senario vincat: vt octo binariū. Ter
tius tertiū nouenario trāseat: vt duo
denarius ternariū. ⁊ sequētes sūmu
lę triū se semp adiecta quātitate trā
fileant. Et siquis subteriores aspici/
at angulos: idem ꝑ oēs multiplici/
tatis species vsq; ad decuplū dispo/
sitissima ordinatione perueniet.
Si quis vero in hac descriptione
supparticularis species requirat ta/
li modo reperiet. Si enī scōm angu
lū notet cuiꝰ est initiū quaternarius:
eiq; supiacet binarius: atq; hunc se/
quentē quis accomodet ordinē: ses
qualtera ꝓportio declarabit̄. Nam
tertius scōi versus sesqualter est. vt
tres ad duo: vel sex ad quatuor: vel
8. ad .6. vl̄. 12. ad .viij. Itemq; in cę/
teris qui sūt in eadē serie numeri: si
talis ɔiugatio misceat̄: nulla varie/
tatis dissimilitudo surripiet. Eadez
tñ sūmarū supgressio est in hoc quo
que q̄ in duplicibus fuit. Primꝰ eni
primū id est ternarius binariū vno
superat. secundus v̄o scōm duobus
tertius tertiū tribus ⁊ deinceps. Si
v̄o quartus ordo tertio cōparetur:
vt .4. ad .3. ⁊ eodē cęteros ordine cō
secteris: sesqtertia cōparatio colligi/
tur: vt .4. ad .3. vel .8. ad .6. ⁊ .12. ad
8: videsne vt in omnibꝰ his sesquiter
tia cōparatio cōseruetur. Preterea
eos qui sub ipsis sūt: si idem faciens
sequētes versus alterutris cōpara/
ueris oēs sine vllo impedimēto spe
cies supparticularē agnosces. Hoc
aūt in hac est dispositiōe diuinū qd̄
omnes angulares numeri tetrago/
ni sūt. Tetragonꝰ aūt dicit̄ vt breuissi
me dicam qd̄ post latius explicabit̄:
quē duo ęquales numeri multipli/
cant. vt in hac quoq; descriptiōe est.
vnus enī semel: vnꝰ est: ⁊ est potesta/
te tetragonus. Itē bis duo .4. sunt.
Ter .3. 9. quos in semetipsas multi/
plicatiōes p̄mi ordinis ꝑfecere. Cir
cū ipsos vero qui sūt id est circū an/
gulares: longilateri numeri sūt. Lō
gilateros aūt voco quos vno se sup
gredientes numeri multiplicāt. Cir
cū .4. enī .2. sunt ⁊ .6. sed duo nascūt
ex vno ⁊ duobꝰ cū vnū bis multipli/
caueris: sed vnitas a binario vnita/
te p̄cedit̄. Sex v̄o a duobus et tribꝰ
bis enī tres: senariū reddūt. Noue/
nariū v̄o sex ⁊ .12. claudūt. q. 12. ex
tribus nascunt̄ ⁊ .4. Ter enī .4. fiunt
12. Senariꝰ vere ex duobꝰ ⁊ tribus.

Bis enī. 3. faciūt. 6. qui omnes vno maiorib⁹ lateribus ꝓcreati sunt. Nā cū. 6. ex binario ternarioq; nascunt: tres binariū numerus vno superant cunctiq; alij eiusdē modi sunt: vt pri mo ⁊ scōo ordine ad alterutrū multiplicatis terminis ꝓcreent: ita vt qō nascit ex duob⁹ longilateris altrinsecus posit⁹: ⁊ bis medio tetragono tetragonus sit: Et rursus qō ex duobus altrinsec⁹ tetragonis: ⁊ vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoque tetragonus sit. ⁊ vt angulorū totius descriptionis ad angulares tetragonos positorū vnius anguli sit prima vnitas: alterius vo qui ⁊tra est tertia. Bini vo altrinsecus anguli secūdas habeant vnitates. ⁊ duo angulariū tetragonoꝝ anguli ęquū faciunt qō sub ipis ⁊tinet illi qō fit ab vno illoruꝫ qui est altrinsecus angulorū. Multa enī sūt alia quę in hac descriptiōe vtilia possunt admirabiliaq; ꝓpendi quę interim ꝓpter castigatā introducendi breuitatem ignota esse ꝓmittimus. Nunc vero ad sequētia ꝓpositū ⁊uertam⁹.

De tertia inęqualitat⁹ specie quę dicit suppartiens: decq; speciebus eius earūq; generationibus. Cap. 28.

Hīt post duas primas habitudines multiplices ⁊ superparticulares: ⁊ eas quę sub ipis sūt sub multiplices: et sub superparticulares: tertia inęqualitatis species inuenitur: quę a nobis superius suppartiens dicta est. Hec ē aūt quę fit cū numer⁹ ad aliū cōparatus: habet eū totū infra se: ⁊ ei⁹ in sup aliquas partes: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa tulerit cōparatio Quę habitudo incipit a duabus primis tertijs. Nā si duas medietates habuerit: qui illum intra se totū coercet: duplus ꝓ suppartiente cōponitur. Habebit autē vel duas tertias vel duas quintas: vl duas septimas vel duas nonas. ⁊ ita ꝓgredientib⁹ si duas solas partes minoris numeri suphabuerit: per easdē partes imparibus numeris minorē maior sūma trāscendit. Nā si eū habeat totū ⁊ duas eius quartas: suppartic⁹laris necessario reperit. Nā duę quartę medietas est: ⁊ fit sesqualtera cōparatio. Si vo duas sextas: rursus est suppartic⁹lar⁹. Duę enī sextę ps tertia est. Qō si in cōparatiōe ponat sesquitertię habitudinis efficiet formā. Post hos nascunt comites qui subsuppartientes vocant. hi aūt sūt qui habent ab alio numero et eorū vel duę: vl. 3. vel. 4. vl quotlibet alię partes. Si ergo numerus aliū intra se numerū habēs eius duas partes habuerit: supbipartiens nominatur si vero tres suptripartiens. quod si 4. supquadripartiens. atq; ita ꝓgredientibus in infinitū fingere nomina licet. Ordo aūt eoꝝ naturalis ē: quotiēs disponunt a tribus omnes pares atq; impares numeri naturaliter cōstituti: ⁊ sub his aptantur alij qui sunt a quinario numero incipientes omnes impares. Bis igitur

ita dispositis: si primus primo: secũdus scdo: tertius tertio: ⁊ cęteri cęteris cõparent̃: superpartiens habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo.

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	9	11	13	15	17	19

Si igit̃ quinarij numeri ad ternariũ cõparatio consideretur: erit suppartiens ille qui vocat̃ supbipartiens. Habet enim quinarius totos in se tres ⁊ eorum duas partes: id est. 2. Si vero ad secundũ ordinẽ speculatio referatur supertripartiẽs proportio cognoscetur. atque in sequẽtibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitũ species huius numeri conuenientes ordinatasq; respicies. At vero quemadmodũ singuli procreentur si in infinitũ quis curet agnoscere: hic modus ẽ Habitudo enim superbipartientis: si vtrisq; terminis duplicetur: semp superbipartiens proportio procreatur. Si enim quis duplicet. 5. faciet 10. si tres faciet 6. qui. 10. contra senariuz. cõparati superbipartientem faciunt habitudinẽ. ⁊ hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accrescit. Idemq; si in infinitum facies: statũ prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes inuenire contendas: primos supertripartientes id est. 7. et. 4. triplicabis ⁊ huiusmodi nascentur. Si vero qui ex his nati fuerint ternarij multiplicatione produxeris: idem rursus efficient. Quod si superquadripartientes quemadmodum in infinitum progrediantur optes addiscere: primas eorũ radices in quadruplũ multiplices licet: id est. 9. et. 5. ⁊ eos qui illa multiplicatione proferentur: rursum in quadruplum: ⁊ eandem fieri proportionem inoffensa nimirum ratione reperies. Et cętere species vna semper plus multiplicatiõe crescentibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos. quasi quibus omnis summa supradictę cõparationis innititur. In hoc quoque videndum est: quoniã cum duę partes minore plus in maioribus sunt: tertij semper vocabulũ subauditur. Ut supbipartiens qui dicitur quoniam duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens: subaudiri necesse sit supertripartiens quartas: quoniam tribus super quartis exuberat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas. et ad eundem modum in cęteris vno semper adiecto superhabitas partes subauditio facienda est. vt eorũ germana conuenientiaque his nomina hec sint. vt qui dicitur superbipartiens: idem dicatur superbitertius. Qui dicitur supertripartiens is sit supertriquartus. ⁊ qui dicitur superquadripartiens: idem dicatur superquadriquintus. eademq; similitudine vsque in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari. Cap̃. 29.

Bit relatę ad aliquid quãtitatis. simplices ꝛ primę species hę sunt. Duę vero alię ex his velut ex aligb⁹ p̃incipijs cõponũt vt multiplices superparticulares: ꝛ multiplices superpartientes. horũq; comites submultiplices supparticulares: ꝛ submultiplices suppartientes. Nanq; in his vt in prędictis ꝓportionibus: minores numeri ꝛ eorũ quoq; species omnes addita sub p̃positione dicunt. Quorũ diffinitio talis reddi potest. Multiplex supparticularis est: quotiens numerus ad numex cõparatus: habet eum plusquã semel ꝛ eius vnã partẽ. hoc ẽ habet eũ aut duplũ aut triplũ: aut quadruplũ: aut quotiens libet: ꝛ ei⁹ quãlibet aliquã partem: vel mediã: vel tertiã: vel quartã vel quęcunq; alia partiũ exuberatione contigerit. Dic ergo ꝛ multiplici ꝛ supparticulari consistit. Quod eni cõparatũ numerũ plusquã semel habet multiplicis est. Hoc vero qõ minorem in habenda parte transcendit: superparticularis. Itaq; ex vtroque nomine facto vocabulo est. speciesq; illius ad illarum scilicet fiunt imaginem ꝓportionũ: ex quibus ipse numerus originem trahit. Naz prima pars hui⁹ vocabuli quę multiplicis nomine possessa est: multiplicis numeri specierum vocabulo nominanda est. Quę vero supparticularis est: eodẽ vocabulo nũcupabit quo supparticularis numeri species vocabant. Dicet eniz q duplicẽ habuerit alium numerũ: ꝛ eius mediã partem: duplex sesqualter. qui vero tertiaz: duplex sesquitertij⁹. qui quartam: duplex sesquiquartus. ꝛ deinceps. Si vero ter eum totum contineat ꝛ eius mediam partem: vel tertiam: vel quartã: dicitur triplex sesqualter: triplex sesquitertius: triplex sesquiquartus. ꝛ eodem modo in ceterꝫ. Diceturq; quadruplus sesqualter: quadruplus sesquitertius: quadruplus sesquiquartus. ꝛ quotiens totũ numerũ in semetipso continuerit: per multiplicẽ numeri species appellatur. quã vero partem cõparati numeri clauserit: scõm superparticularẽ comparationẽ habitudinemq; vocabitur. Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex sesqualter est: vt quinq; ad duo. habent enim 5. binarium numerum bis ꝛ ei⁹ mediam id est. 1. Duplex vero sesquiterci⁹ est septenari⁹ ad ternarium cõparat⁹. At vero nouenarius ad quaternariũ duplex sesquiquartus. Si vero. 11. ad. 5. duplex sesquiquint⁹. Et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibus naturaliter paribus imparibusque terminis: si contra eos omnes a quinario numero impares cõparentur. vt primũ primo: scõm secundo: tertiũ tertio caute ꝛ diligenter apponas. vt sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

Si vero a duobus paribus omnibus dispositi terminis: illi q a quario numero ichoãtes: quario

numero rursus sese transiliunt cõparent: oēs duplices sesqualteros creant vt est subiecta descriptio.

	2	4	6	8	10	12
	5	10	15	20	25	30

Si vero a trib⁹ inchoent dispositiones: & trib⁹ sese trãsiliant: & ad eos aptent̃ q a septenario incho antes: septenario sese numero trãsgrediunt̃: oēs duplices sesqterti habita diligẽter cõparatione nascunt̃. vt subiecta descriptio monet.

3	6	9	12	15	18	21
7	14	21	28	35	42	49

Si vero oēs in ordinẽ quadrupli disponant̃: hi qui naturalis numeri quadrupli sũt. vt vnitatis q̃druplus: & duorũ: triũq; & quatuor: atq; quinarii: & cęterorũ sese sequentiũ. vt ad eos aptentur a nouenario numero inchoãtes: sp sese nouenario p̃cedentes: tunc duplicis sesquiquartę ꝓportionis forma teret̃.

4	8	12	16	20	24	
9	18	27	36	45	54	

At vero species hui⁹ numeri q̃ ẽ triplex sesqualtera hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares: & ad eos septenario numero inchoãtes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrũ modo cõparationis aptentur.

	2	4	6	8	
	7	14	21	28	

Si autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamus: et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine cõparemus: omnes triplices sesquitertij in ea terminorũ cõtinuatione ꝓuenient.

	3	6	9	12
	10	20	30	40

De eorum exemp'is in superiore formula inueniendis. Cap. 30.

Horum autem eorũq; qui sequunt̃ exempla ĩtegre plane neque possumus pernotare: si in priore descriptione quã fecim⁹ cũ de superparticulari et multiplici loqueremur: vbi ab vno vsq; in denarium multiplicationũ summa concreuit: diligens velimus acumen intendere. Ad primũ enĩ versũ omnes qui sequunt̃ collati ordinatas ꝓuenientesq; multiplicis species reddẽt Si vo ad scõm cũctos qui tertij sunt ordinis aptaueris: ordinatas species supparticularis agnosces. Qõ si tertio ordini quicunq; sunt in quũto versu cõpares: suppartientis numeri species positas ꝓuenienter aspicies. Multiplex vero supparticularis ostendit̃: cũ ad secũdũ versũ omnes q sũt quinti versus serie cõparant̃ vl q sunt in septimo vel q sunt in nono atq; ita si ĩ infinitũ sit ista descriptio in infinitũ hui⁹ ꝓportionis species p creabunt̃. Manifestũ autẽ etiã hoc est: qõ horũ comites semp cũ sub p̃positione dicentur. vt est subduplex

sesqualter: subduplex sesquitertius. subduplex sesquiquartus. ⁊ cęteri q̄dem ad hunc modum.

De mltiplici suppartiente. Cap. 31

Multiplex vero suppartiens est: quotiens numer⁹ ad numerū cōparat⁹ habet in se aliū numerū totū plusquā semel: ⁊ ei⁹ vel duas vel. 3. vel quotlibet plures particulas: scdm numeri suppartientis figuram. In hoc quoq; propter causaz superius dictā nō erunt duę medietates: neq; duę q̄rtę: neq; duę sextę: sed duę tertię: vl' duę quintę: vl' duę septimę ad priorē similē consequentiā. Nō est aūt difficile scdm prioruz exempla positoꝝ: hos quoq; ⁊ pręter nostra exempla numeros inuenire. Uocabunt̄q; hi scdm proprias partes: duplex supbipartiens: vl' duplex suptripartiens: vel duplex supquadripartiēs. Et rursus triplex supbipartiens: ⁊ triplex suptripartiēs: ⁊ triplex supquadripartiēs: ⁊ similit̄. Ut. 8. ad. 3. cōparati faciūt duplicez supbipartientē. ⁊. 16. ad. 6. ⁊ omnes quicūq; ab. 8. incipiētes: octonario sese numero transgrediunt̄: cōparati ad eos qui a tribus inchoātes ternarij sese quantitate p̄tereunt. Nec erit difficile alias eius partes scdm p̄dictū modū diligentibus reperire Hic quoq; illud meminisse debem⁹ qd minores ⁊ comites nō sine sub: p̄positiōe nominant̄. vt sit subduplex superbipartiens: subduplex supertripartiens.

Demonstratio quēadmodū omnis inęqualitas ab ęqualitate processerit. Capitulū. 32.

Restat autē nobis ꝓfūdissimā quandā tradere disciplinaz: q̄ ad omnē naturę vim rerūq; integritatē maxima ratione ꝑtineat. Magnus quippe in hac scientia fructus est: siqs nō nesciat qd bonitas diffinita ē ⁊ sub sciētiā cadēs: animoq; semp imitabilis ⁊ ꝑceptibilis prima natura est: et suę substātię decore ꝑpetua. Infinitū vero malicię dedecus est: nullis ꝓprijs principijs nixū: sed natura sp errans a boni diffinitiōe principij: tanq̄ aliquo signo optimę figurę impressa cōponit̄: ⁊ ex illo erroꝝ fluctu retinet̄. Nā nimiā cupiditatē: ireq; immodicaz effrenationē: quasi quidā rector animus pura ītelligētia roborat⁹ astringit. ⁊ has quodāmodo inęq̄litatis formas tēperata bonitate ꝯstituit. Hoc āt erit ꝑspicuū: si ītelligam⁹ oēs inęq̄litat̄ species ab ęq̄litatis creuisse p̄mordijs: vt ipsa qdāmodo ęquitas matris ⁊ radicis obtinens vim: ip̄a oēs inęq̄litat̄ species ordinesq; ꝓfundat. Sint enī nobis tres ęq̄les termini id est tres vnitates: vl'. 3. bini: vel tres terni: vel tres q̄terni: vel quātos vltra libet ponere. Qd enim

in vnis tribus treminis euenit: idem contingit in cęteris. Ex his igit̃ scd̃z p̃cepti nostri ordinez videas primũ nasci multiplices: et in his duplices prius: de hinc triplos: deinde q̃dru plos: ⁊ ad eundẽ ordinẽ ꝯsequẽtes. Rursus multiplices si cõuertant̃: ex his supparticulares orient̃. ⁊ ex duplicibus quidẽ sesqualteri: ex triplicibus sesquitertij: ex quadruplis sesquarti: ⁊ cęteri in hunc modũ. Ex superparticularib⁹ vero cõuersis superpartiẽtes nasci necesse ẽ. ita vt ex sesqualtero nascat̃ supbipartiens: sup tripartientẽ sesquitercius gignat: et ex sesquiquarto supquadripartiens Rectis aũt positis neq; cõuersis prioribus supparticularibus multiplices superparticulares oriunt̃. Rectis vero superpartientibus multiplices superpartientes efficientur. Pręcepta aũt tria hec sunt: ut primũ numerũ primo facias parem: scd̃m v̄o primo ⁊ scd̃o: terciũ primo duob⁹ secũdis ⁊ tercio. Hoc igit̃ cũ in terminis ęqualibus feceris: ex his qui nascent̃ duplices erunt. De quibus duplicibus si idem feceris: triplices ꝓcreant̃. ⁊ de his quadruplices. atq; ĩ infinitũ oẽs formas nũeri mltiplices explicabit: iaceãt igit̃. 3. t̃mini ęq̃les.

	1	1	1	

Ponat̃ itaq; primo prim⁹ ęqualis id est vnus. Secũdus vero primo ⁊ secũdo id est. 2. tertius vero primo duobus secũdis ⁊ tercio par sit: id est vni ⁊ duobus vnis ⁊ vni. qd̃ sunt. 4. vt est descriptio.

	1	1	1	
	1	2	4	

Videsne vt duplici proportiõe sequẽs ordo texatur. Fac rursus idem de duplicibus vt sit prim⁹ primo ęqualis: id est vni. secundus primo ⁊ secũdo: id est vni ⁊ duobus qui sunt. 3. tertius primo id est vni duobus secũdis id est. 4. ⁊ tertio id est quatuor. qui simul. 9. fiunt: et venit hęc forma.

	1	1	1	
	1	2	4	
	1	3	9	

Rursus si de triplicibus idẽ feceris: continu⁹ quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo ęquus id est vnus. sit secundus primo ⁊ secũdo ęqualis id est. 4. sit tercius primo duobus secundis et tercio ęqualis id est. 16.

	1	1	1	
	1	2	4	
	1	3	9	
	1	4	16	

Et in cęteris quidẽ ad hanc formã tribus his p̃ceptis vtemur. Si vero qui ex ęqualibos nati sunt multiplices eos disponamus: ⁊ secũdum hęc pręcepta vertamus: ita vt conuerso sint ordine: sesqualter ex duplici procreabitur. sesquitercius ex triplici. sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim. 3. duplices termini qui ex ęqualibus creati sunt ⁊ qui vltimus est prim⁹ ponat̃ huiusmodi.

	4	2	1	

Et constituatur primo in hoc ordine primus par id est. 4. secũdus vero primo ⁊ scd̃o par: id est. 6. terti⁹ v̄o p̃mo duob⁹ secũdis ⁊ tertio id est. 9.

	4	2	1
	4	6	9

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitat̃ exoritur. Ut deamus nunc ad eundem modũ ex triplici qui nascatur. disponant̃ enim triplices superiores: cõuerso scilicet ordine sicut duplex. hic est quoq; ordo dispositus.

	9	3	1

Ponatur ergo prim⁹ primo equus id est. 9. secundus primo et secundo id est. 12. tertius primo duobus secundis ⁊ tertio equus id est. 16.

	9	3	1
	9	12	16

Rursus secunda species superparticularis numeri id est sesquiterrius procreat⁹ est. Quod si idem de qua duplo quis facere velit: sesquiquartus continuo nascetur, vt monstrabit subiecta descriptio.

	16	4	1
	16	20	25

Ac siquis idem de cunctis in infinitum partibus multiplicatis faciat: conuenienter ordinem superparticularitatis inueniet. Quod si cõuersos superparticulares aliquis scõm hęc precepta conuertat: continuo videat superpartientes accrescere. et ex sesqualtero quidem superbipartiens: ex sesquitertio supertripartiens procreatur. ⁊ ceteri scõm cõmunes denominatiõis species sine vlla ordinis interpolatione nascentur. Disponantur igitur sic.

	9	6	4

Superioris igitur descriptionis primo prim⁹ equus numerus ascribat̃ id est. 9. secũdus vero primo ⁊ scõo: id est. 15. tercius vero primo: duob⁹ secũdis ⁊ tercio id est. 25.

	9	6	4
	9	15	25

Si ergo sesquitercium eodẽ modo vertamus: ordo supertripartiens inuenitur. fit enim prima propositio sesquitercij.

	16	12	9

Ponatur secundũ priorem modus primo par primus id est. 16. secũdus primo ⁊ secundo id est. 28. terci⁹ primo duobus secundis ⁊ tercio id est 49. Omnis ergo ſũma disposita supertripartientes efficiet.

	16	12	9
	16	28	49

Rursus si sesquiq̃rtũ eodẽ mõ vteris supq̃dictiẽs stati q̃ntitas creabit̃. vt ẽ ea forma quaz suppositã vides.

	25	20	16
	25	45	81

Restat quẽ admodũ ex supparticularib⁹ ⁊ suppartiẽtib⁹ multiplices superparticulares: vt multiplices suppartientes nascant̃ ostendere. Quoz bi nas tantũ faciã descriptiões. Nãq; si rectũ ⁊ nõ ouersũ sesqualterũ ponimus: duplex supparticularis excrescit. fit enim hoc modo.

	4	6	9

Ponat̃ scõm superiorẽ modũ primo prim⁹ equalis id est. 4. secũdus primo ⁊ scõo id est. 10. terti⁹ primo duob⁹ secũdis ⁊ tercio equalis id est. 25.

	4	6	9
	4	10	25

ATque hęc quidem duplex ses/qualtera summa producta est. Si vero sesquitertiũ non cõuersum ponamus: duplus sesquiterti⁹ inuenit̃. vt subiecta descriptio docet.

	9	12	16
	9	21	49

AT vero si ad suppartientes animũ conuertamus: eosq; ordinatim scd̃m superiora precepta disponamus: multiplices superpartientes ordinatĩ ꝓgenitos reperiem⁹. Disponat̃ enĩ superpartiẽt̃ hęc formula.

	9	15	25

AScribatur ergo primus primo ęquus id est. 9. Secũdus p̃mo ⁊ scd̃o: id est. 24. tertius primo duobus secũdis ⁊ tertio id est. 64.

	9	15	25
	9	24	64

VIdes ne vt ex superbipartiente duplus supbipartiens exortus sit. At vero si suptripartientẽ ponam: duplex sine dubio tripartiens inuenitur vt insubiecta descriptione perspicuum est.

	16	28	49
	16	44	121

SIc ergo de supparticularibus vel de suppartientibus multiplices supparticulares vl̃ mlt̃iplices suppartientes oriunt̃. Quare cõstat omniũ inęqualitatũ ęq̃litatẽ eẽ p̃ncipiũ. ex eadem enĩ inęqualia cũcta nascunt̃. Ac de his quidẽ hactenus disserendũ esse credidim⁹ ne vel infinita sectemur: vel circa res obscurissimas ingredientiũ animos detinẽtes: ab vtilioribus moraremur.

Finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secũdi.

Quẽadmodũ ad ęqualitatẽ omnis inęqualitas reducat̃. Capl̃m. 1.
De inueniendo in vnoquoq; numero quot numeros eiusdem proportionis possit pręcedere: eorũque descriptio descriptionisq; expositio. Cap̃. 2.
Quod multiplex interuallũ ex quibus superparticularibus medietate posita interuallis fiat: eiusq; inueniendi regula. Cap̃. 3.
De per se constante quantitate quę in figuris geometricis consideratur: cõmunis ratio omniũ magnitudinum. Cap̃. 4.
De numero lineari. Cap̃. 5.
De planis rectilineis figuris: quodque earum triangulum principium sit. Cap̃. 6.
Dispositio triangulorum numerorum. Cap̃. 7.
De lateribus triangulorum numerorum. Cap̃. 8.
De generatione triangulorum numerorum. Cap̃. 9.
De quadratis numeris. Cap̃. 10.
De eorũ lateribus. Cap̃. 11.
De q̃dratoꝝ numeroꝝ gñatiõe: rursusq; de eoꝝ laterib⁹. Cap̃. 12.
De pentagonis eorumque lateribus. Cap̃. 13.
De gñatiõe pẽtagonoꝝ. Cap̃. 14.
De hexagonis eorumq; generationibus. Cap̃. 15.
De heptagonis eoꝝq; generationionibus: ⁊ cõmunis oĩuꝫ figurarũ inueniẽdę gñationis regula descriptiõisq; figuraꝝ. Cap̃. 16.

Descriptio figuratorum numerorũ in ordine. Cap. 17.
Qui figurati numeri ex quib⁹ figuratis numeris fiãt: atq; qõ triangulus numerus omniũ reliquorũ principiũ sit. Cap. 18.
Pertinẽs ad figuratorũ numerorũ descriptionẽ speculatio. Cap. 19.
De numeris solidis. Cap. 20.
De pyramide quod ea sit solidarũ figurarũ principiũ sicut triangul⁹ planarum. Cap. 21.
De his pyramidis quę a quadratis uel ceteris multiangulis figuris ꝓficiscunt. Cap. 22.
Solidorũ gñatio nũerorũ. Cap. 23.
De curtis pyramidis. Cap. 24.
De cubis vel asseribus vel laterculis: uel cuneis vl' sphericis: vel parallelipipedis numeris. Cap. 25
De parte altera longioribus numeris eorũq; gñationib⁹. Cap. 26.
De antelongioribus numeris: & de vocabulo numeri altera parte lõgioris. Cap. 27.
Quod ex imparibus quadrati: ex paribus parte altera longiores fiant. Cap. 28.
De generatione laterculorũ eorũq; definitione. Cap. 29.
De circularibus uel sphericis numeris. Cap. 30.
De ea natura rerũ quę dicit eiusdẽ naturę: & de ea quę dicit alterius naturę: & qui numeri cui naturę cõiuncti sunt. Cap. 31.
Quod omnia ex eiusdem natura & alterius natura cõsistant: idq; in numeris primũ videri. Cap. 32.
Ex eiusdem atque alterius numeri natura: qui sũt quadratus & parte altera longior: oẽs ꝓportionũ habitudines ostare. Cap. 33.
Quod ex quadratis & parte altera lõgioribus omnis forma ratio consistat. Cap. 34.
Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus: vel parte altera longiores ex quadratis fiant. Cap. 35.
Quod principaliter eiusdem quidẽ sit substantię vnitas: secundo vero loco impares numeri: tertio quadrati. & quod pricipalit̃ dualitas alterius sit substantię: secundo vo loco pares numeri: tertio pte altera lõgiores. Cap. 36.
Alternatim positis quadratis & pte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentijs & in proportionibus. Cap. 37.
Probatio quadratos eiusdem esse naturę. Cap. 38.
Cubos eiusdẽ pticipare substãtię qõ ab imparib⁹ nascant. Cap. 39.
De ꝓportionalitatib⁹ Cap. 40.
Quę apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteriores addiderunt. Cap. 41.
Quod primũ de ea quę vocat arithmetica proportionalitas dicendum est. Cap. 42.
De arithmetica medietate: eiusq; ꝓprietatibus. Cap. 43.
De geometrica medietate: eiusq; ꝓprietatibus. Cap. 44.
Quę medietas quib⁹ rerũ publicarũ statibus comparent. Cap. 45.

Quod superficies vna tantũ in proportionalitatib⁹ medietate iungant̃. solidi vero numeri duab⁹ medietatibus in medio collocantur. Cap̃.46.
De armonica medietate eiusq; proprietatibus. Cap̃.47.
Quare dicta sit armonica medietas ea quę digesta est. Cap̃.48.
De geometrica armonia. Cap̃.49.
Quẽadmodũ constitutis a⁹trinsecus duobus terminis: arithmetica ⁊ armonica inter eos mediętas alternet̃. atque de eorum generationibus. Cap̃.50.
De trib⁹ medietatib⁹q̃ armonicę et geometrice ⁊trarię sũt. Cap̃.51.
De quatuor medietatibus quas posteri ad implendum denarium limitẽ adiecerũt. Cap̃.52.
Dispositio decẽ medietatũ. Cap̃.53
De maxima ⁊ perfecta symphonia quę tribus distenditur intervallis. Cap̃.54.

Finiunt capitula

Incipit liber secundus.

Quemadmodũ ad ęqualitatem oĩs inęqualitas reducat̃. Cap̃. 1.

Uperiorꝫ libri disputatõne digestum est: quẽ ad modum tota inęqualitatꝫ substãtia a principe sui generis ęqualitate ꝓcesserit. Sed q̃ rerꝫ elemẽta sũt: ex eisdẽ principalit̃ oĩa cõponunt̃: ⁊ in eadẽ rursus resolutione facta resoluunt̃. Ut quoniã articularis vocis elemẽta sunt littere: ab eis est syllabarꝫ ꝓgressa cõiunctio: ⁊ in easdez rursus terminat̃ extremas. eandẽqꝫ vim optinet sonus in musicis. Jã vo munduz. 4. corpa nõ ignoramus efficere. Nãqꝫ ut ait ex imbri terraqꝫ aĩa gignunt̃ ⁊ igni. sed in hec rursus eius. 4. elemẽta fit postrema resolutio. Ita igit̃ qm̃ ex ęqualitatis margine cũctas inęqualitatis species proficisci videmꝰ: oĩs a nobis inęqualitas ad ęqualitatẽ rursus velut ad quoddã elementuz proprij generis resoluat̃. Hoc autez trina rursus imperatione colligit̃. eaqꝫ resoluendi ars. datis quibuslibet tribus terminis inęqualibꝰ quidem: sed proportionaliter constitutis: id est: ut eandez medius ad primũ vim proportionis optineat: quã qui est extremus ad mediũ in qualibet inęqualitatis rõne: vel in multiplicibus: vel in suꝑparticularibꝰ: vel in suꝑpartientibꝰ: vel in his quę ex his procreant̃: hoc est multiplicibus suꝑparticularibus: vel multiplicibꝰ suꝑpartientibus eadem atqꝫ vna ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus ut dictũ est terminis ęquis ꝓportionibus ordinatis: vltimũ semꝑ medio detrahamus: ⁊ ipsum quidem vltimũ primũ terminũ collocemus. quod de medio relinquit̃: secundũ. De tertia vero ꝓpositorꝫ terminorꝫ sũma: auferemꝰ vnũ primũ ⁊ duos secundos eos qui de medietate relicti sunt. ⁊ id quod ex tercia sũma reliquit̃: terciũ terminũ cõstituemꝰ. Uidebis igit̃ hoc facto in minorẽ modum sũmas reuerti: ⁊ ad principaliorẽ habitudinẽ cõparatiões ꝓportionesqꝫ reduci. ut si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplã: inde ad ęqualitatẽ vsque remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquiterciũ: inde ad sesqualterꝫ: postremo ad tres ęquales terminos redire. Hoc autez nos exempli gratia in multiplici tantum proportione docebimus. Sollertem vero in alijs quoque inęqualitatis speciebꝰ id experientem: eadem ratio pręceptorum iuuabit. Constituantur enim tres ad se termini quadrupli.

| 8 | 32 | 128 |

AUfer igit ex medio minorē: id est ex trigintaduobus octonariū: relinquunt. 24. t primū octonariū terminū pones: secūdū vo quod reliquum fuerit ex medio: id est. 24 ut sint hi duo termini. 8. et. 24. De tertio vero: id est. 128. aufer vnum primū: id est. 8. t duos secūdos qui sūt reliqui: id ē bis. 24. t relinquunt. 72. His dispositis terminis: ex qua duplis ꝓpinquior ęquitati ꝓportio tripla redacta ē. Sūt enī hi termini

| 8 | 24 | 72 |

QX his aūt ipsis idem si feceris: ad duplus rursus comparatio remeabit. Pone enim primū minori ęquum: id est. 8. t ex secundo aufer primum. 16. relinquent. Sed ex tertio id est ex. 72. aufer primum: id est. 8. t duos secūdos: id est bis. 16. t erit reliqua pars. 32. Quibus positis ad duplas proportiones habitudo redigit.

| 8 | 16 | 32 |

IDem vero ex his si fiat: rem omnez ad ęqualitatis summas ęliquabimus. Pone enim primum minori ęquum: id est. 8. t aufer ex. 16. octonariū: remanent. 8. quibus dispositis: ex tertio id est. 32. sumptis primo: id est. 8. t duobus secundis id est octonarijs; supsunt. 8. Quib⁹ dispositꝫ prima nobis ęqualitas cadit. ut subiectę summule docent.

| 8 | 8 | 8 |

HInc igit si quis ad alias inęqlitatis species animum tendat eandem conuenientiam intitubanter inueniet. Quare pronunciandū est: nec vlla trepidatione dubitandum quod quemadmodum per se constantis quātitatis vnitas principiuz t elementum est: ita t ad aliquid relatę quātitatis ęqualitas mater est. Demonstrauimus enim quod hinc t eius pcreatio prima foret: t in eaz rursus postrema solutio est.

De inueniendo in vnoquoqꝫ numero quot numeros eiusdē ꝓportionis possit precedere: eorūqꝫ descriptio: descriptiōisqꝫ expositio. Ca. 2.

ESt aūt quędam in hac re profunda t mirāda speculatio t ut ait nicomach⁹ ennoeophaton theorema pficiēs. t ad platonicam in timeo animę generationē. t ad inter ualla armonicę disciplinę. Ibi enīz iubemur pducere atqꝫ extēdere tres uel quatuor sesqualteros: vl quotlibet sesquitertias ꝓportiões: t sesquiārtas cōpationes. easqꝫ scōm ꝓpositū ordinē sepe ↄtinuas iubemur extendē. Ne aūt hoc labore quodā spdē maxio: frequenti⁹ inferaci fiat: hac nobis rōne ī quot nūeris quāti possint esse supparticulares inuestigādū est. Oēs enī multiplices tantaꝝ similium sibimet ꝓportionū ꝓprincipes erunt: quoto ipsi loco ab vnitate discesserunt. Quod autem dico sibimet similiū: tale est: ut dupli semper multiplicitas ut superius dictum est sequalteros creet. t triplex

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
an		9	18	36	72
	gu		27	54	108
			la	81	162
				ris	243

sit dux sesquitertiorum: quadruplus sesquiquartj. Primus ergo duplex unū solū habebit sesqualterū. secundus duos. tertius tres. quartus .4. z sīm hunc ordinē eadē fit in infinitum progressio. Neqz vnquā fieri pōt: ut uel supet ꝓportionū numerū vel ab eo sit deminutio: equabilis ab vnitate locatio. Primꝰ ergo duplex est binarius numerus: qui vnū solum sesqualtex recipit: id est ternariū. Binarius enim cōtra ternarium cōparatus sesqualterā efficit ꝓportionē. Ternarius vō quoniā medietatē nō recipit: nō est alter numerus ad quē in ratione sesqualtera cōparet. Quaternariꝰ vō numerus secundus duplus est. hic ḡ duos sesqualteros precedit. Est enim ad ipsum quidē cōparatus senarius numerꝰ ad senariū vō quoniā medietatem habet: nouenariꝰ. z sūt duo sesqualteri. ad .4. scilicet .6. ad sex vō .9. Nouenarius vō quoniā medietate caret: ab hac comparatione seclusus est Tertius vō duplex est .8. hic ergo .3 sesqualteros antecedit. Comparat enim ad ipsum duodenarius numerus. ad duodenariū. 18. ad. 18. rursus .27. At vō .27. medio carēt. Idē quoqz in sequentibꝰ euenire necesse est. quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Semp eniz hoc diuina quadā nec humana constitutione speculationibus occurrit: ut quotiēscūqz vltimus numerus inueniat: qui loco duplicis ab vnitate sit par: talis sit ut in medietates diuidi secarique non possit.

Idem contingit etiam in triplicibus. ex illis enim sesquitertij ꝓcreant. Naz quoniā primus triplex est ternarius numerus: habet vnuz sesquitercū: id est .4. Cuius quaternarij tertia ps nō pōt inueniri: atqz ideo hic epytrito caret. Secundus vō qui est nouē habet ad se duodenariuz numex sesquitertiū. Duodenarius aūt quoniā habet tertiā ptē: in sesquitertia ꝓportiōe compat ad eum numerus sedecim: qui tertie ptis sectione solutus ē. Vigintiseptē aūt quoniā tertius est triplex: habet ad se sesquitertium trigintasex. z hic rursus ad quadragintaocto eadem ꝓportione cōparat. Cui si sexaginta quatuor appositi fuerint: eandē rursus vim ꝓportionis explebūt. Quos sexagintaquatuor ad nullū sesquiterciū rursus aptabis: quoniā parte tertia nō tenent. Atque hoc in cunctis triplicibus inuenit: vt extremus eiusdez proportionis numerus tantos ante se precedētes habet: quanto primus eoꝝ ab vnitate discesserit Et qui tot sup se eiusdē ꝓportionis habuerit numeros quotus ab vnitate primus eorum iacet: eius pars qua illi compatus numerꝰ possit eādē facere ꝓportionē inueniri neqat Et triplicis quidē hęc est descriptio

Latitudo.

1	3	9	27	81	243
	4	12	36	108	324
an/		16	48	144	432
gu/			64	192	576
la/				256	768
ris					1024

AT quadrupli scõm hãc formaz descriptio est: ad quam scilicet qui a prioribus instructꝰ accesserit: nulla rõne trepidabit: ꝛ de ceteris q dem multiplicibus eandem conue/nientiã pernotabit.

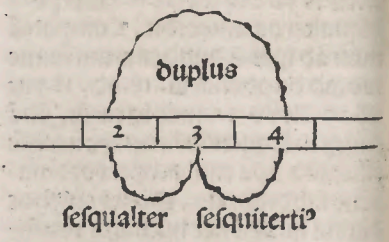
Latitudo

1	4	16	64	256	1024
	5	20	80	320	1280
an/		25	100	400	1600
gu/			125	500	2000
la/				625	2500
ris					3125

HInc quoq; ꝑspicuũ est: suppar ticulariũ quẽ admoduz prius ostensũ est: primos esse multiplices. Siquidẽ duplices sesqualteros: tri plices sesquitertios: ꝛ cũcti multipli ces cunctos in ordinẽ supparticula res creãt. Est etiã in his hoc quoq; mirabile. Nãque vbi prima latitu/do fuerit duplex: ꝛ sub eisdem q sũt versus continui alternatim positi: scõm seriẽ latitudinis duplices erũt Si vo fuerint triplices: ꝛ inferiores ordines tripla se i suis terminis mł/tiplicatione supabũt. At in quadru pla quadrupli. atq; hoc infinita du ctũ speculatione non fallit. Angula res aũt omniz multiplices euenire necesse est. Erunt aũt dupliciũ qui/dẽ triplices: tripliciũ quadruplices quadruplorum vo quincupli. ꝛ scõm eandem ordinis incõmutabilez ra/tionẽ sibimet cũcta cõsentient. Qui bus expositis ad sequẽtẽ opis seriẽ cõpetens disputatio cõuertaꝫ.

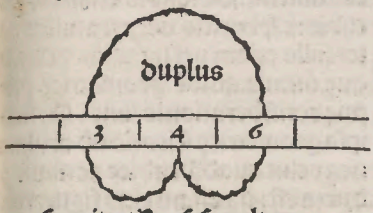
Quod multiplex interuallum ex quibus supparticularibus medieta te posita interuallis fiat: eiusq; inue niendi regula. Cap. 3.

SI igiꝫ duę primę supparticulares species coniun/ganꝫ: prima spe/cies multiplicita tis exoriꝫ. Omnis enĩ duplex ex ses/qualtero sesquitertioq; componiꝫ: ꝛ ꝛ omnis sesqualter ꝛ sesquiterti⁹ du plicem iungunt. Nam ternari⁹ ses/qualter est duorũ: quatuor vero ses quitertius ternarij. sed .4. duplus duorum.



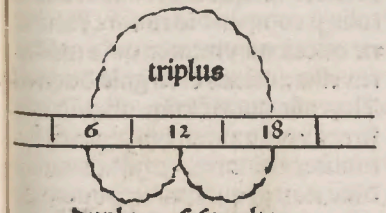
SIc igiꝫ sesqualter ꝛ sesquiterti⁹ vnũ duplicẽ componũt. At vo si fuerint medietas ꝛ duplus: inẽ du plicez ꝛ mediũ potest vna medietas talis inueniri: quę ad alteram extre mitatẽ sesqualtera sit: ad alterã ses/

quitertia. Altrinsecus enim positis senario ⁊ ternario: id ē duplici ⁊ medietate: si quaternari⁹ in medio collocet̄: ad ternariū numerū sequitertiam continet rationem: ad senariū vo sesqualteram.



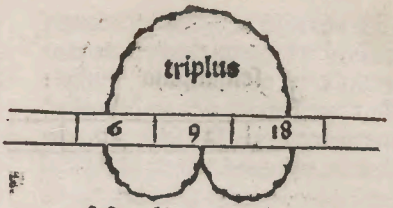
sequiterti⁹ sesqualter

Recte igitur dictum est: ⁊ duplicem a sesqualtero sesquitertioque coniungi: ⁊ has duas supparticularis species duplicem procreare id est primā speciez multiplicis quātitatis. Rursus ex prima multiplicis specie: id est ex duplici: ⁊ prima supparticulari: id est sesqualtera continēs multiplicis species: id est tripla coniungit̄. Nāq; 12. senarij numeri duplus est: decem vero ⁊ octo ad duodenarium sesqualter: qui ad senarium numeꝝ triplus est.



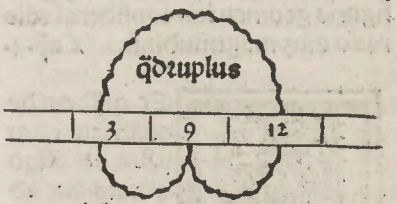
duplus sesqualter

Et positis eisdem. 6. et. 18. nouenarius in medietate ponat̄. erit ad senarium sesqualter: qui ad 18. subduplus est. ⁊ ad senariuz. 18. triplus est.



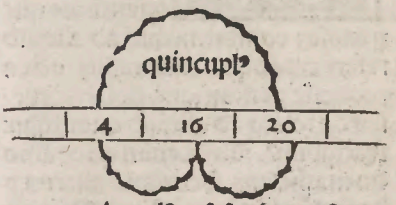
sesqualter duplus

Ex duplici igit̄ ⁊ sesqualtero triplex ratio proportionis exorit̄ ⁊ in eas rursus resolutione facta reuocat̄. Si autez hic: id est triplus numerus qui est species secunda multiplicis secundę speciei supparticularis aptet̄: quadrupli continuo forma contexit̄: ⁊ in easdem rursus partes naturali partitione soluet̄: scōm modum quem superius demonstrauimus.



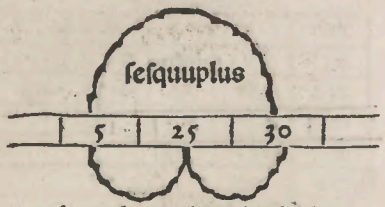
triplus sesquiterti⁹

Si vero quadruplus sese ac sesquiquartus agglomerēt: quincuplus continuo fiet.



quadrupl⁹ sesquiquart⁹

Et si q̄ncuplus cuz sesq̄quinto: mox sescupli ꝓportio ꝯiugabit̄



quincuplus sesquiquint⁹

ACq ita scõm hãc pgressionem cunctę multiplicitat⁹ species sine vlla rati ordinis pmutatione nascẽt. Ita vo ut duplus cũ sesqualtero triplicẽ creet. ⁊ triplus cũ sesquitertio quadruplũ. quadruplus cum sesquiquarto quincuplũ. ⁊ cęteri eo dẽ modo ut nullus hãc cõtinuationem finis impediat.

De pse cõstante quantitate quę in figuris geometricis considerat cõis ratio oiuz magnitudinũ. Cap. 4.

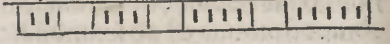
HEc quidem de quãtitate quaz scõm ad aligd speculamur ad pẽsens dicta sufficiãt. Nũc aũt in hac sequẽtia quędam de ea quantitate quę p seipsaz constat neque ad aliquid referẽ expediam. quę nobis ad ea prodesse possiunt: quę post hęc rursus de relata ad aliquid quantitate tractabim⁹. Amat enim quodãmodo matheseos speculatio alterna pbationũ ratione constitui. Nũc aũt nobis de his numeris sermo futurus est: qui circa figuras geometricas ⁊ eaz spacia dimensioneszq ver sanẽ. id est: de linearibus numeris ⁊ de triangularib⁹ uel q̃dratis: cętetriszq ds sola pandit plana dimensio nec nõ de inęquali lateꝛ cõpositiõe coniunctis. De solidis etiam: id est cubis: ⁊ sphericis uel pyramidis: laterculis etiam uel tignulis ⁊ cuneis quę omnia quidẽ geometricę prorie considerationis sunt. Sz sicut ipsa geometricę scientia ab arithmetica velut quadã radice ac matre p ducta est: ita etiam eius figurarum semina ĩ primis numeris inuenim⁹. Planũ siquidez fecimus quod oẽs disciplinas hęc interempta consumeret quas minime cõstituta infirmaret. Hoc aũt cognoscendum est qõ hęc signa numeroꝛ posita quę nunc quoqz homines in sũmarũ descriptione describunt: nõ naturali institutione formata sunt. vt enĩ quinarij subiectã notulã signant de. v. vel denarij quam descripsimus de x. et alias huiusmodi: non natura posuit: sed vsus affinxit. Quinqz enĩ vel decẽ vel quotlibet alios: illis notulis p compendio notare voluerit ne quotiens vnitates quis mõstrare vellet: totiens ei virgule ducerentur. Nos aũt quotiẽscũqz aliquid monstrare volumus: in his prędertiz formulis: ordinataꝛ virgulaꝛ multitudinẽ non grauamur apponere. Cũ enim quinqz volum⁹ demonstrare: facim⁹ quinqz virgulas: ducimuszq eas hoc modo. ıııı. ⁊ cũ. 7. totidem. ⁊ cũ. 10. nihilominꝰ. qꝛ naturali⁹ est quemlibet numeꝝ quantas in se retinet: tot vnitatibus designa

re quam notulis. Est igit̃ vnitas vicem optinẽs puncti: interualli: longitudinisq; principiuz: ipsa vero nec interualli nec longitudinis capax. quemadmodũ punctum principiuz quidem, lineę est atque interualli: ipsum vero nec interuallũ nec linea Neque enim punctum puncto suppositũ vllũ efficit interuallũ: velut si nihil nulli iungas. Nihil eniz est qđ ex nullorum procreatione nascatur Eadem quippe etiam circa ęqualitates proportio manet. Naz si quotlibet fuerint termini pares: tantum quidem est a primo ad secundum: quantũ a secundo ad tertium. Sed inter primũ ⁊ secundũ: vel secunduz ⁊ tertiũ: nulla est interualli longitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. 6. 6. 6. quemadmodũ primus est ad secundũ: sic est secũdus ad tertiũ. Sed inter primum ⁊ secundũ nihil interest. 6. enĩ ⁊. 6. nulla spacij interualla disiũgũt Ita etiam vnitas in seipsa multiplicata nihil procreat. Semel enim in vnum nihil aliud ex se gignit quam ipsa est. Naz quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit. quod in alijs numeris nõ videt̃ euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus: aliũ quendam efficit maiorẽ quam ipse est. id circo quoniã interualla multiplicata maiore sese spacij plixitate distendunt. Id vero quod sine interuallo est: plus quam ipsa est pariẽdi nõ habet potestatem. Ex hoc igit̃ principio: id est ex vnitate prima omniũ longitudo succrescit: quę a binarij numeri principio in cunctos sese numeros explicat. quoniã primũ interuallum linea est: duo vero interualla sunt lõgitudo ⁊ latitudo: id est linea ⁊ supficies. Tria ergo interualla sunt: lõgitudo: latitudo: altitudo: id est linea: superficies: atq; soliditas. Preter hęc aũt alia interualla inueniri non possunt. Aut eniz vnũ interualluz erit quod longitudo est aut aliquid quod duobus interuallis expositum est: ut si qua res longitudinẽ habeat ⁊ latitudinẽ. uel trina interualli dimensione porrigit̃: si longitudine: altitudine: latitudineq; censet̃. supra q̃ adeo nihil inueniri potest: ut ipsoꝝ sex motuũ formę ad interualloꝝ naturas ⁊ numerum componant̃. Vnũ enim interuallũ duos in se continet motus. vt in tribus interuallis sex sese motuũ summa cõficiat hoc modo. Est enĩ in longitudine ante ⁊ retro: in latitudine sinistra ⁊ dextra: in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est aũt vt quicquid fuerit solidum corpus: ꝑ habeat lõgitudinez latitudinẽq; ⁊ altitudinẽ. ⁊ quicquid hec tria in se continet: illud suo nomine solidũ vocet̃. Hęc enĩ tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versant̃: ⁊ in natura corpoꝝ constituta sunt. Quare quicquid vno interuallo caret: illud corpus solidũ non est Nam quod duo sola interualla retinet: illud superficies appellat̃. Ois enim superficies sola longitudine ⁊ latitudine continet̃. ⁊ hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est: longitudinem

ꝛ latitudinē retinct. ꝛ quod hęc retinet: illud est supficies. Hęc aũt supficies vno tãtũ interuallo solidi corporis dimensione superaꝰ: quę vno rursus interuallo lineaz vincit. quę lõgitudinis naturã retinens latitudinis expers est. Quę linea eo quod vnius ē interualli sortita naturam a supficie vno interuallo: a soliditate duobus spacijs vinciꝰ. Punctuz igiꝰ alio rursus interuallo a linea viciꝰ: ipsa scz quę reliqua est lõgitudine. Quare si punctũ vno quidē interuallo a linea supgrediꝰ: idem a supficie vinciꝰ duobus: tribus vero interualli dimensionibus a soliditate relinquiꝰ: cõstat punctũ ipsiuz fine vlla corporis magnitudine vel interualli dimẽsione: cũ ꝛ longitudinis ꝛ latitudinis ꝛ profunditatis expers sit omniũ interuallorꝫ esse principium: ꝛ natura insecabile: qõ greci athomon vocãt: id est ita diminutũ atqz paruissimũ ut eius pars inueniri nõ possit. Est igiꝰ pũctũ primi interualli principiũ: nõ tamẽ interuallũ. ꝛ lineę caput: sed nondũ linea. Sicut linea quoqz superficiei principiũ est: sed ipsa supficies non est. ꝛ secũdi interualli caput est: scõm tamen interuallũ ipsa nõ retinet. Idẽ quoqz ꝛ i supficiei rationẽ cadit: quę ꝛ ipsa solidi corpis ꝛ triplicis interualli naturale sortiꝰ initiũ: ipsa vero nec trina interualli dimensione distendit: nec vlla crassitudine solidaꝰ.

De numero lineari. Cap. v.

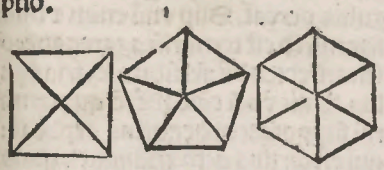
Sic etiaz in numero vnitas quidez cũ ipa linearis numerus non sit: in lõgitudinẽ tamẽ distẽti numeri principiũ est. Et linearis numerus cũ ipse totius latitudinis expers sit: in aliud tamẽ spaciũ latitudinis extenti numeri sortiꝰ initiũ. Superficies quoqz numerorũz cum ipsa solidũ corpus nõ sit: addita tamen altitudini solidi corporis caput est. Hoc aũt planius his exẽplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans: adiecta semper vnitate in vnuz eundẽqz ductuz quantitatis explicata cõgeries. ut ẽ id quod subiecimus.



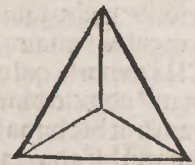
De planis rectilineis figuris: qõqz earũ principiũ sit triãgulus. Cap. vi.

Plana vero supficies ĩ numerꝫ inueniꝰ: quotiẽs a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine: in sequẽtiuz se naturaliuz numerorꝫ multitudine anguli dilataꝰ. ut fit primꝰ triangulus numerus. secũdus quadratus. tercius qui sub quinqz angulis continẽ: quez pentagonũ greci nominãt. quartus hexagonꝰ: id est qui sex angulis includiꝰ. quintꝰ heptagonus. sextus ogdogonus: id ẽ

qui.7.vel.8. angulorũ terminis dilatant̃.ꝛ cęteri eodẽ mõ singillatim ꝑ naturalẽ numeꝝ angulos augeãt in plana scꝫ descriptione figuraruꝫ. Hi vo idcirco a ternario numero ĩchoãt: quod latitudinis ꝛ suꝑficiei solus ternari⁹ principiũ est. In geometrica quoqꝫ idẽ planius inuenit̃ Duę enĩ lineę rectę spaciũ nõ continent.ꝛ omnis triangularis figura: vel tetragoni:vel pentagoni: uel hexagoni:vel cuiuslibet qui pluribus angulis cõtinet̃:si a medietate ꝑ singulos angulos lineę producant̃: tot eum diuidunt trianguli: quot ipsaꝫ figurã angulos habere contigerit. Quadratũ eniꝫ ita ductę lineę in.4. pentagonũ in.5.hexagonũ in.6. heptagonũ in.7.ꝛ cęteros in suoꝝ anguloꝝ modo mensuraqꝫ ꝑ triangulos partiunt̃. ut est subiecta descriptio.



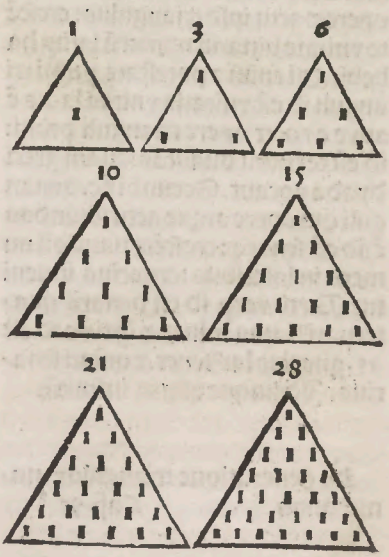
AT vero triangula figura cũ eã qs ita diuiserit:in alias figuras nõ resoluit̃ nisi in seipsaꝫ.in tria eniꝫ triangula dissipat̃.



ADeo hęc figura princeps est latitudinis:vt cętere oẽs superficies in hanc resoluant̃:ipsa vo quoniam nullis est principijs obnoxia: neqꝫ ab alia latitudine sũpsit initiuꝫ in sese ipsa resoluat̃. Idẽ aũt ꝛ ĩ numeris fieri sequẽs operis ordo mõstrabit.

Dispositio triangulorum numerorum: Cap̃.7.

EST igit̃ prim⁹ triangul⁹ numer⁹ q solis trib⁹ vnitatib⁹ dissipat̃: scdm suꝑficiei positionez triãgula scilꝫ descriptione: ꝛ post huuc quicũqꝫ ęqualitatẽ laterũ in trina laterũ spacia segregant.



De lateribus triangulorum numerorum. Cap. 8.

AD hunc modum in infinita progressio ē: oēsq; ordine trianguli equilateri p̄creabunt. ⁊ primum omnium ponēt id quod ex vnitate nascit: ut hec vi sua triangulus fit: non tamē etiā opere atq; actu. Nam si cunctoꝝ est mater numeroꝝ: quicquid i his qui ab ea nascunt numeris inuenit: necesse est vt ipsa naturali quadam potestate cō tineat. ⁊ huiꝰ trianguli latus est vnitas. Ternarius vero qui primus est opere ⁊ actu ipso triangulus: crescēte vnitate binariū numerū latus habebit. Vi enim ⁊ potestate primi trianguli id est vnitatis vnitas latus ē atu vero et opere trianguli primi: id est ternarij dualitas: quam greci dyada vocant. Secundi vero trianguli qui opere atque actu secundus ē: id est senarij: crescēte naturali numero in lateribus ternarius inuenitur. Tertij vero id est denarij quaternariꝰ latus ꝺtinet. ⁊ q̄rti vo id est 15. gnarius latꝰ tenet. ⁊ quinti senarius. Idemque vsq; in infinitū.

De generatione trianguloꝝ numerorum Cap. 9.

AScunt aūt trianguli dispositā naturali quātitate numerorum: si prioribꝰ semper multitudo sequentium congregeт. Disponat eniz naturalis numerus hoc modo.

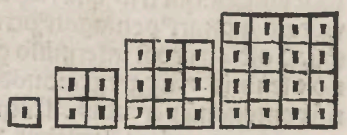
1	2	3	4	5	6	7	8	9

EX his igit si primū numerū sumā id ē vnitatē: habeo primū triangulū: qui est vi ⁊ ptāte nonduz etiam actu nec ope. Huic si secūduz aggregauero qui in naturali numeroꝝ dispositiōe descriptus est id est binariū: primus mihi triāgulus ope ⁊ actu nascit id est ternarius. Si vo huic tertiū ex naturali numero adiecero: secūdus mihi ope ⁊ actu triangulus ꝑcreat. Sup vnū enim ⁊ duo si tertiū id est ternariū aggregauero senariꝰ extendit: secūdus scz triangulus. Huic vo si cōsequētē quaternariū supposuero: denarius explicat: qui est tertius actu triangulꝰ. quos ꝑ latera disponens ad supioris descriptionis exemplar: cūctos triāgulos numeros sine vllius dubitationis erroribꝰ pnotabis. ⁊ quantas vltimus numerus in se vnitates habz quē superioribꝰ aggregabis: tot ipe qui fit triangulus vnitates habebit in latere. Nā ternariū qui est primꝰ actu triangulꝰ adiecto binario vnitati feceramꝰ: at hic duos habet in latere. ⁊ senariū hiſ adiecta ternarij quātitate ꝑduxímꝰ: cuiꝰ latꝰ soli tres cōtinēt: ⁊ idē i alijs cūctis quot vni-

tates habentē uumeꝝ supioꝛibꝰ aggregabis: tot vnitatibus eius latera continebunt.

De q̄dratis numeris. Cap. 10.

Quadratus vero numerus est: qui etiā ipse quidem latitudinē pādit sed non in tribꝰ angulis ut supeꝛioꝛ forma: sz. 4. Ipse quoqꝫ q̄li laterum dimensione poꝛrigit. Sūt aūt huiusmodi.



De eoꝝ lateribus. Cap. 11.

Sed in his quoqꝫ scōm naturalē numerum laterū augmēta succrescūt. Primꝰ enī vi z potentia quadratus id est vnitas: vnū habet in latere. Secundus vo qui actu primus id est. 4. duobus p latera positis cōtinet. Tertius vo id est nouē qui secundus est ope: tribus ī latere positis aggregat. Et ad eandez sequentiā cuncti pcedūt.

De quadratoꝝ generatiōe rursusqꝫ de eoꝝ lateribus. Cap. 12.

Nascunt aūt tales numeri ex naturalis numeri dispositione: nō quem admodū supeꝛioꝛes triāguli: vt oꝛdinat ad se inuicē nūeꝛis cōgregent. sed vno sp intermisso qui sequit si cū supeꝛioꝛe uel supioꝛibꝰ colligat: oꝛdinatos ex se quadratos efficiet. Disponat enī naturalis numerus hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Hæc his igit si vnū respiciā: primꝰ mihi natꝰ est ptāte quadratus. Nō si vno relicto poꝛi terciū iūxero: secūdus mihi quadratꝰ efficit. Naz si vno relicto binario ternariū apposuero: quaternariꝰ mihi quadratus exoꝛit. Nō si rursus relicto medio q̄ ternario quinariū similit aggregauero: q̄dratꝰ mihi tertiꝰ id est nouenariꝰ pcreat. Unus enī z. 3. et. 5. nouē colligūt. At vo si his intermisso senario septenariū iungā: tota ī. 16. eius sūma cōcrescit: id est quarti q̄dрati nūeꝛositas. Et ut breuit huiꝰ forma pcreatiōis appareat: si cūcti impares sibimet apponant: colloca to scz naturali numero: q̄dratoꝝ oꝛdo texet. Est etiā in his hęc naturę subtilitas z imobilis oꝛdinatio: qō tot vnitates vnusqsqꝫ q̄dratoꝝ retinebit ī latere: quāti fuerint numeri ad cōiunctionē ppriā cōgregati. Nā in primo q̄dрato qm̄ ex vno fit: vnꝰ est in latere. In secūdo id est q̄ternario qm̄ ex vno z tribꝰ pcreat: qui

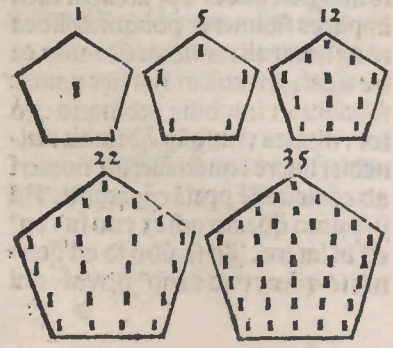
duo sunt termini: binario lat⁹ texit. ⁊ in nouenario quoniã trib⁹ numeris pcreat: latus ternarioꝫ continet. Atq; idē in alijs videri licet.

De pentagonis eorumque lateribus. Cap. 13.

Pentagonus vo numerus est: qui ipse quidē i latitudinez scom vnitatē descriptis quidē. 5. angulis otinet: cūctis sez lateribus equali dimensione dispositis. Sunt aūt hi.

1	5	12	22	35	51	70

Odē quoq; modo eoꝝ latera succrescūt. Nã primi ptāte pentagoni id est vnius: idē vnus spaciū lateris tenet. Secūdi vo quinarij q est actu ipso atq; ope prim⁹ pentagonus: bini p latera fixi sunt. Terti⁹ vo id est. 12. trib⁹ in lat⁹ auct⁹ est. Quartus. 22. 4. numeroꝝ in latere quantitate distendit. Atq; idē in ceteris scom vnitatis pgressionē in naturali sez numero scom superioꝝ figurarū incremēta tendunt.



Ascūt aūt hi numeri qui extēsi i latitudinē gnque āgulos pāduūt: ab eadem nālis numeri quātitate i sese coaceruata: ita ut duob⁹ semp intersectis numeris superiori uel superioribus vincens ternario eū cui iungendus est aggregeet. Nāq; vnitati intermissis duob⁹ ⁊ trib⁹ si quatuor iungas: qui trib⁹ ipsaz superent vnitatē: quinari⁹ pentagon⁹ pcreabitur. Post. 4. vero si intermisso gnario ⁊ senario. 7. aggreges: duodenariū pentagonū pcreabis. Nāq; vn⁹ ⁊. 4. et. 7. numeri. 12. explebūt. Hoc etiā in alijs fiet. Nā si. 10. vel. 13. vl 16. vel. 19. vel. 22. vel. 25. supioribus cūctis adiunxeris: eodē quo supius modo pentagoni fiēt: scom supioꝝ descriptionem.

22	3	5	51	70	92	117

De hexagonis eorumq; generationibus Cap. 15.

Exagoni aūt q sex angulis ⁊ heptagōi q. 7. rursus laterib⁹ otinēt: sz hūc modu eoꝝ laterū augmneta succrescūt. Nāq; i triāguli nume

ri natura pcreationeq; ipsos numeros iungebam⁹ qui sese i naturali dispositione seq̃rent: ⁊ se tantũ vnitate trãsirent. quadrati vo numeri id est tetragoni pcreatio fiebat ex numeris qui vno intermisso copulabant: cũ se binario superarent. pentagoni vo natura fuit ex duob⁹ interpositis relictisq; qui se ternario vincerent. Scõm quoq; talia augmẽta hexagonoꝝ uel octogonoꝝ vel. 9. laterũ figura uel. 10. uel quotlibet alioꝝ cõpetenti pgressione cõficit. Vt enim in pentagono duob⁹ intermissis eos iũgebam⁹ qui se ternario superarẽt ita nũc i hexagono trib⁹ intermissis eos iungem⁹ q se quaternario transeant. ⁊ erũt quidẽ eoꝝ radices ⁊ fũdamẽta: ex quib⁹ iunctis oẽs hexagoni nascunt.

| 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 |

ET ad eundẽ ordinẽ cõsequentes: atq; ab his sexangulorꝝ forme nascunt.

| 1 | 6 | 15 | 28 | 45 | 66 |

OCtos ad superiorẽ modũ scilz descriptos: in proprijs ordinibus pnotabis.

De heptagonis eorumq; generationibus: ⁊ cõmunis omniũ figurarum inueniendę generationis regula descriptionisq; figuraꝝ. Ca. 16.

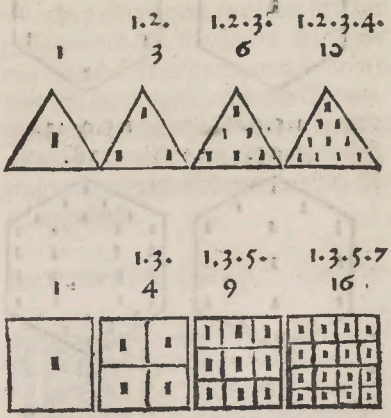
Septẽ vo angulorũ figura est: cum ad eundem ordinem pgressionis vno plusquam in 6. angulorꝝ figura numero intermisso supiori cõiunxeris. Nã si quatuor interpositis q sese gnario vincãt aggregauer(:) heptagoni otinuo figura nasceꝫ. ut hi nũeri sunt eoꝝ radices ⁊ ut superi⁹ dictũ ẽ fũdamẽta

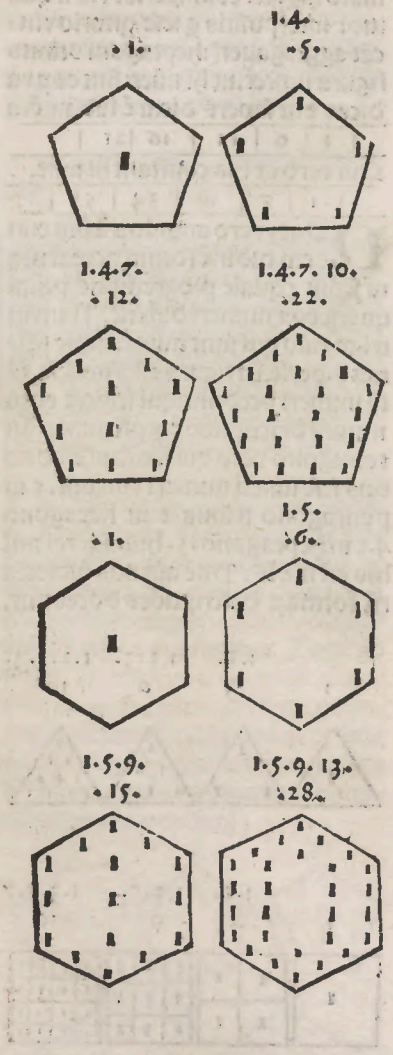
| 1 | 6 | 11 | 16 | 21 |

Qui vero ex his constant hi sunt.

| 1 | 7 | 18 | 34 | 55 |

NOuez vero angulorꝝ scõm eundem ordinẽ forma pcreaꝫ: ita ut scõm ęqualẽ progressionẽ primi quoq; eoꝝ numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri: quę prima superficiei figura est: vno sese tãtũ numeri pcedunt: qui scilicet eorũ naturã descriptionẽq; pficiunt. In tetragono vero qui secũdus est duobus sese iuncti numeri vincunt. ⁊ in pentagono tribus ⁊ in hexagono 4. ⁊ in heptagono. 5. huiusq; rei nullus est mod⁹. Hoc aũt nos subiecta rũ formaꝝ descriptiões docebunt.





Descriptio figuratoꝝ numerorũ in ordine. Cap̃. 17.

Similit̃ aũt, licebit ⁊ aliarũ formaruꝫ quę plurib⁹ angulis cõtinent̃: quantitates ascribere. Sꝫ quoniã facili⁹ oculis subiecta retinent̃: supradictarũ formarũ numerositas in subteriore descriptiõe ponatur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	55	81	112

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant: atq; qd̃ triãgulus numerus omniũ reliquorum principiũ sit. Cap̃. 18.

His igit̃ ita sese habẽtib⁹ quid in hac re sit cõsequẽs inuestigemus. Oẽs enim tetragoni qui sub triãgulis sunt naturali ordinatione dispositi: ex superioribus triãgulis procreant̃: illoꝝq; collectione quadrati figura cõponit̃. Quatuor enĩ tetragon⁹ fit ex vno ⁊ trib⁹: id est ex duob⁹ supiorib⁹ triãgulis. Nouẽ v̄o ex trib⁹ ⁊.6. sed vtriq; sũt triãguli At. 16.ex.6.⁊. 10.⁊.25.ex. 10.⁊. 15. Idẽq; ĩ sequẽti ordine q̃dratoꝝ: cõstãs atq; ĩmutabile repit̃. Pentagonoꝝ vero summę conficiunt̃ ex vno

sup se tetragono ⁊ altrinsec⁹ triangu lo ꝯstituto. Nāq; 5. pentagonus ex quatuor sup se posito tetragono: et ex vno q in triangulorꝫ ordine poni tur aggregat̄. Duodecim v̄o penta gonus ex nouenario sup se quadra to: ⁊ trib⁹ scd̄o triangulo nascit̄. Vi gintiduo vero ex. 16. et. 6. quadra to scz atq; triāgulo ⁊. 35. ex. 25. ⁊. 10 ⁊ in ordinē ad eundē modū intuen tē nulla cunctatio ꝯtrarietat̄ impe diet. At v̄o si hexagonos librata ex aminatione ꝑspicias: ex eisdē trian gulis ⁊ sup se positis pentagonis ꝓ creant̄. Nanq; sex hexagon⁹: ex qna rio pentagono ⁊ vno qui ē ī triāgu lorꝫ ordine disposit⁹ nascit̄. Nec alia est origo. 15. hexagoni: nisi ex duo denario pentagono ⁊ ternario triā gulo. Qd̄ si. 28. rursū hexagonū ex q bus superioribus nascat̄ addiscas: nullos inuenies nisi. 22. pentagonū senariūq; triangulū. Atq; hoc in cę teris. Nec hunc geniturę ordinē he ptagonorꝫ ꝓcreatio refutabit. Nāq; ex sup se hexagonis: ⁊ ex emin⁹ posi tis triangulis ꝓcreant̄. Septē enim heptagon⁹ nascit̄ ex senario hexago no: ⁊ vno potestate triangulo. 18. ve ro heptagon⁹ ex. 15. hexagono ⁊ ter nario triangulo coniugat̄: et. 34. ex 28. scilicet hexagono: ⁊ senario triā gulo. atq; hoc in cunctis inoffensiuz reperire licet. Vides ne igit̄ vt prim⁹ oīuz triāgulus cūctorꝫ sūmas effici at: ⁊ oīuz ꝓcreationib⁹ misceat̄.

Pertinens ad figuratorum nume rorum descriptionem speculatio. Capitulum. 19.

Hi vero omnes si ad latitudinē fuerint cōpara ti: id est triangu li tetragonis: vl̄ tetragoni pēta gonis: vl̄ penta goni hexagonis vel hi rursus he ptagonis: sine aliqua dubitatiōe tri angulis sese superabūt. Nanq; si ter nariū triangulū quaternario vel q̄ ternarium tetragonū quinario: vel quinariū pētagonū senario hexago no: vel senariū septenario heptago no cōpares: primo se triāgulo id est sola transeunt vnitate. At vero si se narius contra nouenariū: vel hic cō tra. 12. vel hic contra. 15. vel. 15. cō tra. 18. pro inueniendis differentijs cōparentur: secundo se triangulo id est ternario superabunt. Decez vero ad. 16. ⁊. 16. ad. 22. et. 22. ad. 28. et 28. ad. 34. si cōponas: tertio se trian gulo vincēt id est senario. Atq; hoc rite notabit̄ in alijs cunctis sequenti bus sese perspectū: omnesq; se trian gulis antecedent. Quare perfecte vt arbitror demōstratū est: omniū for marum principiū elementumq; esse triangulum.

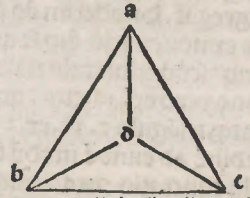
De numeris solidis. Cap̄. 20.

Hinc vero ad figuras solidas facilior via ē. Pręcognito enim qd in planis numerorꝫ fi guris vis ipa quātita tis naturaliter operet̄

ad solidos numeros nõ erit vlla cũ-
ctatio. Sicut enĩ longitudini nume
roꝝ aliud intuallũ id est supficiẽ vt
latitudo oñderet̃ adiecim⁹: ita nunc
latitudini sigs addat eã q̃ alias alti
tudo: alias crassitudo: alias ꝓfũdi-
tas appellat̃: solidũ numeri corp⁹ ex
plebit.

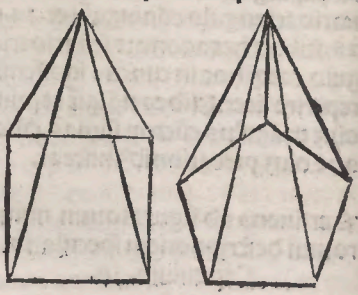
De pyramide quod ea sit solidaꝝ fi
gurarum principiũ sicut triangulus
planarum. Cap̃.21.

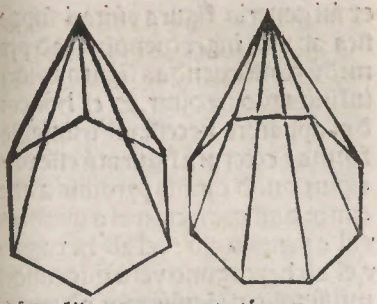
Videt̃ aũt quẽ
admodũ ĩ pla
nis figuris tri-
angulus nume
rus prim⁹ ẽ: sic
in solidis q vo
cat̃ pyramis ꝓ
fũditat̃ eẽ ꝑn
cipiũ. Omniũ
qppe rataꝝ in numeris figuraꝝ ne-
cesse ẽ inuenire ꝑmordia. Est aũt py
ramis alias a triangula basi in alti
tudinẽ sese erigẽs: alias a tetragona
alias a pẽtagona: ⁊ scdm sequentiũ
multitudines anguloꝝ ad vnũ cacu
minis verticẽ subleuata. Posito enĩ
triangulo atq; disposito: si ꝑ tres an
gulos singulę rectę lineę stantes po
nãt̃: hęq; tres inclinẽt̃ vt ad vnũ me
diũ pũctũ v̄tices iũgant: fit pyramis
Quę cũ a triãgula basi ꝓfecta sit: tri-
bus triãgulis ꝑ latera ꝯcludit̃ h̄ mõ
Sit. a. b. c. triangulũ: si huic igit̃ triã
gulo ꝑ tres angulos erigant̃ lineę: ⁊
ad vnũ pũctũ ꝯuertant̃: qd̄ est. d. ita
vt. d. pũctũ nõ sit in plano sz pẽdẽs:
illę scz lineę ad ip̄m erectę v̄ticẽ ⁊ qd̄
ammodo cacumen. d. faciẽt: et erit
basis. a. b. c. vnũ triangulũ: ꝑ latera
v̄o tria triangula id est vnũ triangu
lum. a. d. b. aliud vero. b. d. c. tertiũ
vero. c. d. a.



De his pyramidis q̃ a q̃dratis vel a
cęteris multiangulis figuris proficiscuntur. Cap̃.22.

Item si a tetragona
basi ꝓficiscat̃: et ad
vnũ verticẽ ei⁹ lineę
dirigant̃: erit pyra-
mis q̃tuor triãgulo
rũ ꝑ latera: vno tm̃
tetragono ĩ basi po
sito: sup quã figura ip̄a fũdata ẽ. ⁊ si
a pẽtagono surgãt qnq; lineę: qnq;
rursus pyramis triãgulis ꝯtinebit̃. ⁊
si ab hexagono sex triãgulis nihilo-
min⁹: ⁊ quãtoscũq; angulos habue
rit figura sup quã pyramis residet:
tot ipsa ꝑ latera triãgulis ꝯtinet̃. ut ĩ
subiectis descriptionib⁹ palã est.





Solidorum generatio numerorum. Cap. 23.

Dicunt aut huiusmodi pyramides B mo. Prima pyramis de triagulo: scda pyramis de tetragono: tria pyramis de pentagono: qrta pyramis de hexagono qnta pyramis de heptagono. Idez in cęteris ostat numer. Na qm lineares numeros, ee dixim: q ab vno p fecti in infinitu currerent ut sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

His aut ordinatim coposit et i se inuice cu distatia iuct superficies nascebat. Ut si vnu et duo iugeres: pm triagulus nasceret: id est. 3. et cu his adiugerem tertiu: id est tnariu: senari triagulus rursus occurreret. et post hos tetragoni vno intmisso: petagoni vo duob. hexagoni tribus: heptagoni relictis qtuor nascebant. Nuc vero ad solidoꝝ corpoꝝ pcreationē: ipsę nobis supficies naturalit figuratę pueniet: et ad faciendas qdē pyramidas a triangulo ipi nobis trianguli coponendi sut. Ad procreandas vero pyramidas a tetragono: tetragoni. ad eas vero quę sunt a pentagono: pentagoni copulandi sunt. et illę quę sunt ab hexagono vel heptagono non nisi hexagonorum vel heptagonorum copulatione nascent. Primus ergo potestate triangulus vnitas est: eandēq; etiam ponemus virtute pyramidā. secundus vero triangulus est ternarius. quem si cum primo coniunxero: id est cum vnitate: quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si is tertiu senarium iunxero: denaria pyramidis procreabitur altitudo. His si denariu iunxero. 20. numerorum pyramis veniet. atque ita in cunctis alijs eadem ratio copulationis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pyramides a triangulis.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

In hac igit coniunctione necesse est: vt semp qui vltimus sit coniugatorum numerorum: is quasi qd ammodo basis sit. Cunctis enim latior inuenitur: et qui ante ipsum numeri coniungantur: minores esse necesse est: vsque dum ad vnitatem detractio rata perueniat. quę puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Nanq; in. 10. pyramide super sex additi sunt. 3. atq; vnus. q senarius superat ternariam quantitatem. ipsi vero tres vnu pluralitate

transcendũt. qui vnus extremũ terminũ pgressionis offendit. Similis quoq; ratio in cęter⁹ pspici põt: si eorũ pcreationes diligenti⁹ volueris p scrutari. Illę uero q̃ sũt a tetragono pyramides: eadẽ tetragonoq; sup se cõpositione nascunt. Descriptis eni cunctis tetragonis id est.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

SI vnitatẽ primã ex hac dispositiõe psumã: erit mihi potestate tri pyramis ipsa vnitas: nondũ etiã opere atq; actu. At si huic tetragonũ supponã id est. 4. nascẽt pyramis quinq; numeroq; :q̃ duob⁹ tãtũ numer⁹ p latera positis ꝺtinet. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet mihi. 14. numerorũ forma pyramidis: q̃ p latera trib⁹ vnitatib⁹ ꝺcludatur. Atq; huic si sequẽtẽ tętragonũ 16. supponam: tricenaria mihi pyramidis forma pducit. In his q̃z oĩbus pyramidis: tot erunt vnitates p latera quãtę in se fuerint numerorũ aggregatę quãtitates. Nã vnitas q̃ prima pyramis est vnũ solũ id est se ipã gerit in latere. Quinq; vo⁹ q̃ cõstant ex vno tri. 4. duob⁹ p latera desi gnat: tri. 14. q̃ ex tribus numeris cõpositus fit: ternario numero in latere posito ꝺstituit. Hanc aũt pyramidũ gñatiõez mõstrat subiecta ꝺscriptio.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Pyramides a tetragonis.

1	5	14	30	55	91	140	204	285	385

ET ad eũdẽ modũ cũctę a cętęris multiangulis pfectę formę: in altioris summę spacia pducunt. Omnis eni multoq; angulo⁹ forma ex sui generis figura vnitati supposita ab vno ingredientibus ad pyramidũ constituendas figuras vsq; in infinita progreditur. Et ex hoc equidez apparere necesse est triangulas formas cętarũ figurarũ esse principiuz: quod omnis pyramis a quacunq; basi profecta: vel a quadrato vel a pentagono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocunq; similiũ: solis triãgulis vsq; ad verticẽ continet.

De curtis pyramidis. Cap. 24.

SCire autẽ oportet quę sunt curtę pyramides vel q̃ bis curtę: vel q̃ ter curtę: vel quater: et deinceps scõz numeroq; adiectionem. Perfecta eni pyramis est: q̃ a qualibet basi pfecta vsq; ad primã vi et potestate pyramidã pducit vnitatẽ. Sin vo a q̃libet basi pfecta vsq; ad vnitatẽ altitudo illa nõ venerit: curta vocabit. Rectęq; huiusmodi pyramis tali nũcupatiõe signat: si vsq; ad extremitatẽ punctũq; nõ venerit. Hęc aũt est: vt si qs. 16. tetragono adiiciat. 9. atq; huic. 4. et ab vlteriozis sese adiectione vnitatis suspendat: pyramidis equidẽ figura est: sed quoniã vsq; ad cacumen verticis non excreuit: curta vocabitur: et habebit sũmitatẽ non iam punctum qꝺ vnitas ẽ: sed superficiẽ: qꝺ est quilibet numerus scõm basis illius angulos porrectus: atq; vltim⁹ aggregat⁹. Nã si tetragona fuerit basis: q̃ꝺrata ꝺmi-

nutione semp ascendit. ⁊ si pentago na basis: similiter. ⁊ si hexagona: illa quoq; vltima supficies erit hexago/na. Ergo in curta pyramide tot erit angulorꝫ supficies quot fuerit basis Si vero illa pyramis nō solū ad vnita tē extremitatēq; nō ꝑuenit: sed nec ad primū quoq; opere ⁊ actu multi angulū eiꝰ generis cuiꝰ fuerit basis: bis curta vocabit̄. vt si a. 16. tetrago no ꝓficiscens vsq; in. 9. terminū po/nat: neq; excrescat ad. 4. ⁊ q̊tcūq; te/tragoni defuerint: toticns eā curtaꝫ esse dicemꝰ. Ut si vnitas defuerit p̄/mus quadratꝰ: curtā quaꝫ greci ko/luron vocant. Si vero duobus te/tragonis deficit: id est vnitate ⁊ eo q sequit̄: vocatur bis curta quaꝫ greci dikoluron appellant. Quod si tri/bus tetragonis: ter curta dicit̄ quā greci trikoluron nominant: ⁊ quot/cūq; tetragoni fuerint minꝰ: totiens illā pyramidā curtā esse ꝓponimus. Hoc aūt nō solū a tetragono pyra/midis: sed in oībꝰ ab omni multian/gulo ꝓgrediētibꝰ speculari licet.

De cubis vel asseribꝰ vl̄ laterculis vl̄ cuneis vel sphericis ⁊ paralellipipe/dis numeris. Cap̄. 25.

AC de solid⁊ qui dē quę pyrami dis formā obti nent ęqualiter crescentibꝰ: ⁊ a ꝓp̄a velut radi/ce multianguli figura ꝓgrediē tibꝰ dictū est. Est alia rursus quędā corporꝫ solidorꝫ ordinabilis cōposi/tio: eorꝫ q dicunt̄ cubi vel asseres: vl̄ laterculi: vel cunei: vel sphere: vel pa ralellipipedi. q̄ sūt quotiēs supficies ꝯ se sūt: ⁊ ductę in infinitū nūq̄ ꝯcur rēt. Disposit⁊ eni ī ordinē tetragōis.

1	4	9	16	25

Quoniā hi solā longitudinē latitu/dinēq; sortiti sūt ⁊ altitudine carēt: si ꝑ latera solā vnā multiplicationeꝫ recipiant: ęqualē ꝓuehūt ꝓfundita/tē. Nā q̄tuor tetragonꝰ duos habet in latere: ⁊ natꝰ ē ex bis duobꝰ. Bis eni duo q̄tuor faciūt. Hos ergo du/os ex ipsiꝰ latere si multiplices ęqua liter: cubi forma nascet̄. Nā si bis bi nos bis facies: octonaria quātitas crescit: ⁊ est primꝰ hic cubus. Nouē vero tetragonꝰ qm̄. 3. habet in latere: ⁊ factꝰ est ex tribꝰ in se multiplicatis si eni vnā lateris multiplicatiōeꝫ ad iunxeris: rursus alius cubus ęquali lateꝫ formatiōe crescit. Ter eni tres si tertio duxeris. 27. cubi figura pro ducit̄. Et. 16 qui ē ex. 4. si q̄ter auge scat: sexaginta q̄tuor cubus pari la/teꝫ dimēsione crassabit̄. ⁊ sequētes qdem tatragoni scōm eundē modū multiplicatiōe facta ꝓuehunt̄. Tot aūt necesse est vnitates cubus habe at in latere: quot habuit primꝰ ille te tragonꝰ ex quo ipse ꝓductꝰ est. Nam qm̄. 4. tetragonꝰ duos tm̄ numeros habet in latere: duos quoq; habet octonarius cubus. ⁊ qm̄ nouē tetra gonus tribꝰ ꝑ latus vnitatibus figu rabat̄: solo ternario. 27. cubi latꝰ vr/get̄. Et qm̄. 16. tetragonꝰ q̄tuor vni/tatū latus habebat: totidē. 64. cubꝰ in latere gestabit vnitates. Quare

etiã vi ⁊ potestate cubi qđ est vnitas vnus erit in latere. Omnis enĩ tetragon⁹ vna quidez supficies est q̃tuor angulor̃: totidẽq̃ later̃. Omnis aũt cubus qui ex tetragonor̃ supficie in ꝓfunditatẽ corpor⁹ creuit: per tetragoni scz latus multiplicat⁹: habebit quidẽ supficies. 6. quar̃ singula planitudo tetragono illi priori ęqualis ẽ. Latera vc. 12. quor̃ vnũqđq̃ singulis his q̃ superioris fuere tetragoni ęquũ est. ⁊ vt superius demõstrauim⁹: tot vnitatũ est. Angulos vero 8. quor̃ singulus sub trib⁹ huiusmodi ɔtinet̃: quales priores fuere tetragoni vnde cubus ipse ꝓduct⁹ est. Ergo ex naturaliter ꝓfuso numero: q in subiecta forma descripti sũt subiecti tetragoni nascũt̃. ⁊ ex his tetragonis q subnotati sũt: cubi ꝓuehunt̃.

Numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49

Cubi.

1	8	27	64	125	216	343

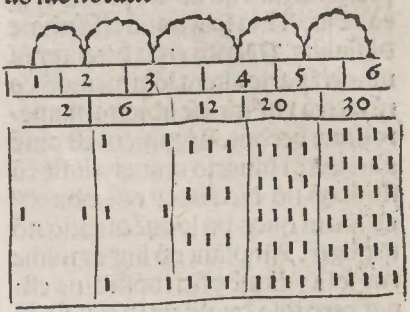
ET qm̃ omnis cubus ab ęquilateris q̃dratis ꝓfectus: ęqu⁹ ipse oĩbus partibus est. Nã ⁊ latitudini longitudo: ⁊ his duob⁹ cõpar est altitudo. ⁊ scđm sex partes: id est sursũ deorsũ: dextera: sinistra: ante: post: sibi ęqualẽ esse necesse est. huic oppositũ ɔtrariũq̃ eẽ oportebit: qui neq̃ lõgitudinẽ latitudini: neq̃ hęc duo ꝓfunditati gerat ęqualia: sed cũctis inęqualib⁹ quãuis solida figura sit ab ęqualitate cubi longissime distare videat̃. Hi aũt sunt: vt siqs faciat bis tres quater: vl' ter quater quinquies: ⁊ alia huiusmodi quę ꝑ inęq̃les spacior̃ gradus inęqualiter prouehunt̃. Hęc aũt forma greco noĩe scalenos vocat̃. nos vo gradatã possum⁹ dicere. qđ a minore modo velut gradib⁹ crescat ad maius. Vocãt aũt eandez figurã greci quidã sperniscon. Nos aũt cuneũ possum⁹ dicere. Eteni quos ad quãlibet illã rẽ constringendã cuneos formãt: neq̃ latitudinis: neq̃ longitudinis: neq̃ altitudinis habita ratione: quantũ cõmodũ fuerit: tantũ vel altitudini minuit̃ vel crassitudini ꝓfunditatis auget̃. Atq̃ ideo hos plerũq̃ necesse est oĩbus partibus inęqualib⁹ inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. id est quasdã arulas quę in ionica grecię regione vt ait nichomacus hoc modo formatę fuerunt: vt neq̃ altitudo latitudini: neq̃ hęc longitudini cõuenirent. Vocat̃ aũt alijs quibusdã nominib⁹ quę nũc ꝑsequi supuacuũ iudicam⁹. Igit̃ cubi ęqualibus spacijs se porrigẽtibus: ⁊ hui⁹ formę quã dixim⁹ gradata distributiõe dispositę: medietates sũt: quę neq̃ cunctis partibus ęquales sũt: neq̃ omnibus inęquales. quos greci paralellipipedos vocant. Latini nomen hoc ita vniformiter cõpositum habere non possunt. Vt tamen idem pluribus dictũ sit: ea nãque hoc nomine vocatur figura: q̃ alternatim positis latitudinibus cõtinetur.

De parte altera longioribus numeris: eorũq̃ generationibus. Cap̃. 26.

Huiusmodi vero formas quales sũt quę vocantur a grecis heteromikeis nos dicere possum⁹ parte altera lõgiores. quaꝝ figurarũ numer⁹ quoqꝫ hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus: quẽ si in latitudiné describas: ꝛ ipse quidẽ. 4. puenit laterũ ꝛ. 4. angulorꝝ sed nõ cunctis ęqualibus sed semꝫ minus vno. Nanqꝫ nec latera lateribus cuncta cũctis ęqua sunt: nec lõgitudini latitudo: sed vt dictum est: cum hinc altera pars maior fuerit: vno tantũ minorem prędcedit ac superat. Si enim numerũ naturalem disponas in ordinem: ꝛ secundũ per primũ multiplices: talis nascetur numerus. vel si secundũ per tertiũ: vel si tertiũ per quartũ: vel si quartũ per quintum. omnesqꝫ hi vnitate tantũ addita multiplicentur: nascentur parte altera longiores. Disponatur enĩ numerus naturalis.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Et nunc quidem hactenus. Siquis igitur faciat vnũ bis: faciet duo. Et rursus bis tres faciet. 6. ter q̃ter faciet. 12. quater. 5. faciet. 20. ꝛ hoc modo ad eundem ordinẽ. Quicunque igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In qua ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra ascripti sunt. Qui vero nascuntur subteriꝰ subnotati.



De ante longioribus numeris: et de vocabulo numeri parte altera longioris. Capitulum. 27.

Rgo si ab vnitate tantum discrepent quimultiplicantur: descripti superius numeri prote̅dentur. Si vero aliquo numero vt ter septẽ vel ter quinqꝫ vel aliquo modo alio ꝛ non eorum latera sola discrepent vnitate: nõ vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum enim apud pythagorã vel sapientię eius hęredes nulli alij nisi tantum binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eandem autem naturam ꝛ semper sibi similẽ consentientemqꝫ nullam aliam nisi primeuã ingeneratamqꝫ vnitatem. Binarius autez numerus primus est vnitati dissimilis: idcirco qꝺ prim⁹ ab vnitate disiũgitur. atqꝫ ideo alteritatꝭ cuiusdam

aũt ex superiore descriptione ꝛ ex p̃mo ordine cẽs tetragoni hoc mõ. Vnũ eni si respexeris: primꝰ potesta te tetragonus est. Sin vo vnũ tribꝰ coaceruaueris .4. tetragonꝰ exoriẽ. huic si quinariũ iungã: nouenariꝰ rursus occurrit. Huic si copules .7. 16. q̃drati forma se suggerit. Idẽq; si in cęteris facias oẽs cõpetenter q̃ dratos videas pcreari. At vero ex secũdo paritatis ordine idem cũcti parte altera longiores fiunt. Nãq; si duos primos respexero: huiusmo di mihi numerus occurrit qui fit ex bis vno. Cũ vo duobꝰ sequentes .4. iũxero: parte altera longior rursus erit: senariꝰ scz q fit ex bis tribꝰ. Cui si sequentẽ aggregauero nascet mi hi duodenaria forma: q̃ fit ex q̃ter tribꝰ. Qđ si ordinatim qs faciat cũ ctos huiusmodi numeros ĩ cõpetẽti ordine pcreatos videbit Quã descri ptionẽ scz iferior forma demõstrat.

Radices.				
1	1.3.	1.3.5.	1.3.5.7.	1.3.5.7.9.
Tetragoni id est quadrati.				
1	4	9	16	25

Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

De generatione laterculorũ eorũq; diffinitione. Cap. 29.

Quos aũt superiꝰ latercu los diximꝰ: q̃ sũt ꝛ ipę qdẽ solidę figurę hoc mõ fiũt. Quotiẽs ęq̃ libꝰ spacijs ĩ longitudinẽ latitudinẽq; porrectꝫ: minor his ad dit altitudo. Ut sunt huiusmodi .3. ter bis. qui sũt. 18. vel. 4. quater bis vel alio quolibet modo. vt his in lõ gitudinẽ latitudinẽq; ęquis minor altitudo ducat. hi definiuntꝰ mõ. Laterculi sũt q fiũt ex ęq̃libꝰ ęq̃liter in minus. Asseres vo ꝛ ipse quidẽ fi gurę sũt solidę: ꝫ hoc modo vt ex ęq̃ libꝰ ęqualiter ducant in maiꝰ. Nã si ęqua fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo: illę figurę a nobis asseres: a grecis clocides noiant. vt sigs mõ faciat .4. q̃ter nouies: qui inde pcreat asseres noiati sũt. Sphe nisci vo q̃s cuneolos superiꝰ appella uimꝰ hi sũt: q ex inęqualibꝰ inęq̃liter ducti p inęq̃lia creuere. Cubi vo qui ex ęq̃libꝰ ęq̃liter p ęq̃lia pducti sũt.

De circularibus vel spheri cis numeris. Cap. 30.

Prorũ vo cuborũ quãticũq; fuerint ita ducti: vt a quo nũero cubicę quã titatꝫ latꝰ coeperit in eundẽ altitudi nis extremitas ter minet: numerꝰ ille ciclicꝰ vl spericꝰ appellat. vt sũt mul

tiplicationes q̄ a gnario vel senario ꝓficiscunt̄. Nā quinquies quiq̄ q fit 25. ab. 5. ꝓgressus ī eosdē. 5. desinit Et si hos rursū quinquies ducas: in eosdē. 5. eoꝝ termin⁹ veniet. Quinq̄ es enī. 25. fiunt. 125. ⁊ si hos rursus quinqes ducas: ī gnariū numeꝝ extremitas terminabit̄. Atq̄ ꝫ vsq̄ in infinitū idē sp̄ euenit. Qđ in senario q̄z ꝯuenit ꝯsiderari. Hi aūt numeri idcirco ciclici vel spherici vocant̄: qđ sicut spęra vel circulus in ꝓprij sp̄ p̄ncipij reuersiōe formant̄. Est enī circulus posito quodā pūcto ⁊ alio eminus defixo: illi⁹ pūcti qui emin⁹ fix⁹ ē ęqualiter distās a p̄mo pūcto circūductio: ⁊ ad eundē locū reuersio vnde moueri coeperat. Sphera v̄o est semicirculi manēte diametro circūductio ⁊ ad eūdē locū reuersio vñ p̄us coeperat ferri. Unitas quoq̄ virtute ⁊ potestate ipsa quoq̄ circulus vel spęra est. quotiēs enī punctū ī se multiplicaueris: in seip̄m vñ coeperat t̄minat̄. Si enī faciat semel vnū vnus redit. ⁊ si ꝫ rursus semel idē ē Igit̄ si vna fuerit multiplicatio solā planitudinē reddit: ⁊ fit circulus. Si scđa: mox sphera ꝯficit̄. Et enī scđa mltiplicatio effectrix sp̄ est ꝓfūditat̄ Ex. 5. igitur ⁊. 6. paucas huiusmodi formas subscripsimus.

1	5	6
1	25	36
1	125	216
1	625	1296
1	3125	7776

De natura reꝝ q̄ dicit̄ eiusdē naturę ⁊ de ea q̄ dicit̄ alteri⁹ naturę. ⁊ q̄ numeri cui naturę ꝯiūcti sūt. Cap̄. 31.

AC de solidis q̄dē figuris hęc ad p̄sens dicta sufficiant. Qui aūt de natura reꝝ ꝓpinqs inuestigātes rationib⁹: quiq̄ in matheseos disputatione versati: qđ ī quaq̄ re eēt ꝓpriū subtilissime peritissimeq̄ ediderūt: hi rerū oīuz naturas in gemina diuidētes hac speculatiōe distribuūt. Dicūt enī oēs oīuz reꝝ substātias cōstare ex ea q̄ ꝓprię suęq̄ sp̄ habitudinis est nec vllo mō ꝑmutat̄. ⁊ ea scz natura q̄ variabilis mot⁹ est sortita substātiā. Et illā primo īmutabilē naturā vni⁹ eiusdēq̄ substātię vocāt. Hanc v̄o alteri⁹ scz qđ a prima illa īmobili discedēs prima sit altera. Qđ nimirū ad vnitatē ꝑtinet: ⁊ ad dualitatē. qui numerus primus ab vno discedēs alter fact⁹ est. Et qm̄ cūcti scđm vnitatis speciē naturāq̄ impares numeri formati sūt: quiq̄ ex his coaceruatis tetragoni fiunt duplici modo eiusdē substātię participes esse dicunt̄: quod vel ab ęqualitate formant̄ tetragoni: vl̄ coaceruatis in vnū numeris imparibus procreantur. Illi vero qui sunt pares: quoniā binarij numeri formę sunt: quiq̄ ex his coaceruati collectiq̄ in vnā congeriem parte altera longiores numeri nascunt̄: hi secundū ipsius binarij numeri naturam ab eiusdem substantię natura discessisse dicunt̄. putanturq̄ alteri-

us naturę eē participes: idcirco quo niaz cum latera tetragonorum ab ęqualitate progressa in ęqualitatem proprię latitudinis ambitū tendāt: hi adiecto vno ab ęqualitate laterū discesserunt: atq; ideo dissimilibus lateribus et quodammodo alteris a se coniungunt̄. Quare nobis notum est quod ex his ea quę sunt in hoc mundo cōiuncta sunt. Aut eniz proprię īmutabilis eiusdemque substantię est quod deus vel anima vel mens est: vel quodcunq; proprię naturę incorporalitate beatur. aut mutabilis variabilisq; naturę: quod corporibus indubitanter videmus accidere. Unde nunc nobis monstrādum est: hac gemina numerorū natura quadratorum scilicet ⁊ parte altera longiorum: cūctas numeri species cunctasq; habitudines vel relatę ad aliquid quantitatis: vt multipliciū vel superparticularium ⁊ cęterorum. vel ad seipsam consideratę: vt formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. vt quemadmodū mundus ex īmutabili mutabilique substantia: sic omnis numerus ex tetragonis qui īmutabilitate perficiuntur: ⁊ ex parte altera longiorib⁹ qui mutabilitate participant probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendū est qui sunt hi quos promecas vocant: id est anteriore parte longiores. vel qui quos heteromikeis id est parte altera lōgiores. Est enim parte altera lōgior numerus: quicunq; vnitate tantum lateri crescit adiecta. vt sunt. 6. scilicet bis 3. vel 12. tres quater. ⁊ consimiles. Anteriore vero parte longior est: q sub duobus numeris huiusmodi cōtinetur: quoruz latera non possidet vnitatis differentia: sed alioruz quoruncunq; numerorum. vt ter. 5. vel ter sex vl̄ quater. 7. Quodammodo enim longitudine in prolixiorē modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur: supra iam dictum est. Quadrati vero quoniā ęquā latitudinem longitudini gerunt: proprię longitudinis vel eiusdez latitudinis aptissime vocabuntur. vt bis. 2. ter 3. quater. 4. ⁊ cęteri. Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodammodo longitudinis: ⁊ parte altera longiores vocantur.

Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura cōsistunt: idq; in numeris primū videri. Cap. 32.

Mne autem quicquid in ꝓpria natura ꝑstantia que est immobile: terminatum definitumque est. quippe quod nulla variatione mutetur: nunq̄ esse desinat: nūquam possit esse quod non fuit. At hęc vnitas sola est. et que vnita-

te formant̄: comprehensibilis ⁊ de-
t̄minatę ⁊ eiusdē substātię eē dicūt̄.
Ea v̄o sūt q̄ vel ab ęq̄lib⁹ crescūt ve-
lut q̄drati. vel quos ipsa vnitas for-
mat: id est impares. At v̄o binari⁹ ⁊
cūcti parte altera lōgiores: q a finita
substātia discesserūt: variabilis infi-
nitęq; snbstātię noīant̄. Cōstat ergo
numer⁹ oīs ex his q̄ lōge disiūcta sūt
atq; ɔ̄ria: ex imparib⁹ scz ⁊ paribus.
Hic enī stabilitas: illic instabilis va-
riatio. hic īmobilis substātię robur:
illic mobilis ꝑmutatio. hic definita
soliditas: hic infinita ɔgeries mlt̄itu
dinis. Quę scz cū sint ɔ̄ria: in vnā tñ
qd̄ammodo amiciciā cognatiōezq;
miscent̄: ⁊ illi⁹ vnitat̄ informatione
atq; regimēto vnū numeri corp⁹ effi
ciūt. Nō ergo inutilit̄ neq; improui-
de q de hoc mūdo deq; hac cōi rer̄
natura raciocinabant̄: hāc primā to
tius mūdi substātię diuisionē fece-
rūt. Et plato qdē in tineo eiusdē na
turę ⁊ alteri⁹ noīat qcqd in mūdo ē.
atq; aliud ī sua natura ꝑmanere pu
tat īdiuiduū incōiunctūq; ⁊ rer̄ oīuz
primū. alter̄ diuisibile: ⁊ nunq̄ in ꝓ-
prij statu ordinis ꝑmanēs. Phylo-
laus v̄o necesse ē inquit oīa q̄ sūt vel
infinita vl̄ finita. Demōstrare scz vo
lens oīa q̄cūq; sūt ex his duob⁹ ɔsi-
stere. aut ex infinita scz eē: aut ex fini
ta: ad numeri sine dubio similitudi-
nē. Hic enī ex vno ⁊ duob⁹ ⁊ impari
atq; pari ɔiūgit̄. Quę manifesta sūt
ęq̄litatis atq; inęq̄litat̄: eiusdē atq;
alteri⁹: definitę atq; indefinitę esse
substātię. Qd̄ videlicet nō sine causa
dictū ē: oīa q̄ ex ɔ̄rijs ɔsisterent: ar-
monia q̄dā ɔiungi atq; cōponi. Est
enī armonia plurimor̄ adunatio et
dissentientiū consensio.

Ex eiusdē atq; alteri⁹ numeri natu-
ra q sūt q̄drat⁹ ⁊ parte altera lōgior
oēs ꝓportionū habitudines ɔstare.
Capitulū. 33.

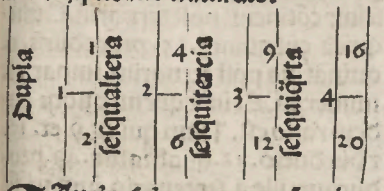
Disponāt̄ ergo
in ordinē non
iaz pares atq;
īpares ex qb⁹
q̄drati vel par
te altera lōgio
res fiunt: sz hi
ipsi q illis coa
ceruatis ī vnū
q; redact̄ ⁊ q̄drati ⁊ parte altera lō
giores ꝓdeūt. Ita enī videbim⁹ isto
rū quēdā ɔsensum ⁊ ad cęteras nu-
meri partes ꝓcreandas amiciciā: vt
nō sine causa hoc in oībus reb⁹ ab
numeri specie natura rer̄ sūpsisse vi
deat̄. Sint igit̄ duo versus tetrago-
nor̄ ab vnitate omniuz: ⁊ a binario
numero parte altera longior̄.

1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56

Horū igit̄ si primū cōpares p̄mo
dupli quātitas inuenit̄: q̄ est p̄-
ma multiplicitatis species. Si vero
scd̄m scd̄o: hemiolię quātitatis habi
tudo ꝓducit̄. Si terciū tercio: sesqui
tercia ꝓportio ꝓcreat̄. Si quartū q̄r
to: sesquiquarta. ⁊ si quintū quinto:
sesqquinta. Et hinc suꝑparticulariū
normā in quāuis longissimū spaciū
ꝓgrediēs: integrā inoffensāq; reperi
es. Ita vt in prima dupli ꝓportione
vnitatis soli⁹ sit differētia. Duo nāq;
ab vno sola semꝑ discrepāt vnitate.

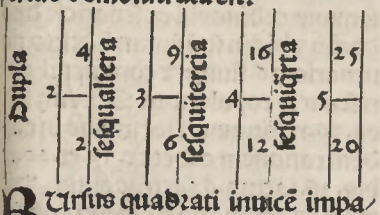
In sesqualtera vo duoꝝ est differē-
tia. in sesquitercia triū. in sesquiq̄rta
4. ⁊ deinceps scōm supparticulares
formas numeroꝝ: qđ ad differētias
attinet: vno tantū crescit adiecto nu
merū explicans naturalē.

Dupla	1	1	sesqualtera	2	4	sesquitercia	3	9	sesquiq̄rta	4	16
		2			6			12			20



SIn vo scōm tetragonū primo
parte altera lōgiori cōpares: et
terciū scđo: ⁊ q̄rtū tercio: ⁊ qntū q̄rto
easdē rursus ꝓportiōes effici ꝑnota
bis q̄s in superiore forma descripsi-
mus. Sed hic differētię ab vnitate
nō inchoāt: sz a binario numero in
infinitū ꝑ eosdē calculos ꝓgrediunt̄
Eritq̄ secūdus ꝑmi duplus. tertiꝰ se
cundi sesqualter. quartꝰ tertij sesqter
cius. scōm eandē ꝯuenientiā quę su
perius demonstrata est.

Dupla	2	4	sesqualtera	3	9	sesquitercia	4	16	sesquiq̄rta	5	25
		2			6			12			20



RUrsus quadrati inuicē impa-
ribus differunt: parte altera lō
giores paribus.

Differentię impares.

3	5	7	9	11	13	
1	4	9	16	25	36	49

Quadrati.

Differentię pares.

4	6	8	10	12	14	
2	6	12	20	30	42	56

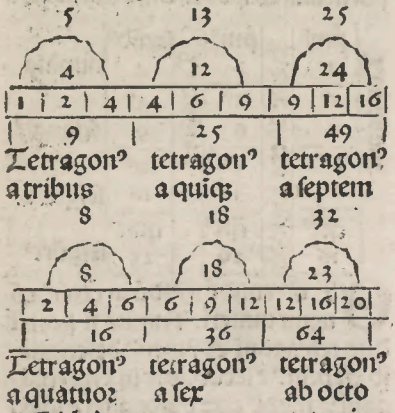
Parte altera longiores.

AT vo si iter primū ⁊ scōm tetra
gonū primū parte altera longi
orē ponimꝰ: ad vtrosq̄ eos vna pro
portione ꝯiūgit̄. In vtrisq̄ enī ꝓpor
tionibꝰ dupli multiplicitas inuenit̄.
Sin vo inter scōm terciūq̄ tetrago-
nū scōm parte altera lōgiorē ponas
sesqualterę cōparationis ad vtrosq̄
forma cōponit̄. Et si int̄ terciū ⁊ q̄r-
tū tetragonū tertiū parte altera lon
giorē ꝯstituas: sesqtercia spēs nascet̄
⁊ idē si in cūctis feceris: cūctas sup-
particulares spēs īuenire miraber⁊.

Tetragoni	ꝑmꝰ	Parte altera lōgiores	ꝑmꝰ	Tetragoni	secūdꝰ	
	1		2		4	duplus
	2ꝰ		2ꝰ		3ꝰ	
	4		6		9	sesqualt̄
	3ꝰ		3ꝰ		4ꝰ	
	9		12		16	sesqtertiꝰ
	q̄rtꝰ		q̄rtꝰ		quītꝰ	
	16		20		25	sesqq̄rtꝰ

ET ad eundē modū in cęter⁊ cō
uenit intueri. Rursus si ponāt̄
duo tetragoni ex superiꝰ descriptis:
id est primꝰ ⁊ secudus: ⁊ in vnū colli-
gant̄: ⁊ mediꝰ eoꝝ parte altera lōgi-
or bis mltiplicet̄: tetragonꝰ fit. Nāq̄
vnꝰ ⁊ 4. si iungant̄. 5. faciūt. eoꝝ bi-
narius parte altera lōgior si bis du
cat̄: q̄tuor faciūt. qui iuncti. 9. sine vl
la dubitatione ꝯficiēt q est numerꝰ
q̄dratus. Et ad eundē modū ī alijs
hoc modo dispositis numeris quos
supra descripsimꝰ idem ꝯstat intelli-

gi. Si vero conuertas ꝛ inter duos primũ ꝛ secundũ parte altera longiores secundus tetragonum ponas: qui in ordine quidem secundus est: sed actu ꝛ opere primus. ex duobus parte altera longioribus congregatis: ꝛ bis multiplicato medio tetragono: rursus tetragonus conficitur Nanq; inter. 6. ꝛ binarium numerũ qui sunt primus ꝛ secũdus parte altera longiores si ponatur quaternarius ordine secundus: primus actu tetragonus: ꝛ coniungant̃ duo ꝛ sex faciunt. 8. Tum si bis ducantur medij quatuor faciunt rursus octonariũ. qui cũ superioribus iuncti sedecim tetragonũ pandunt.



Illud quoq; non oportet minore admiratione suscipere: quod secũdũ propias naturas: vbi altrinsecus duo tetragoni stant: ꝛ vn⁹ parte altera longior in medio ponitur: tetragonus qui nascitur ille semper ab impari procreat̃. Nam ex superioribus vno et. 4. et bis multiplicato binario: factus est nouenarius tetragonus. qui scilicet a tribus procreatur. Ter enĩ tres. 9. faciunt. qui ternarius impar est numer⁹. Et sequẽs qui ex quatuor ꝛ. 9. ꝛ bis multiplicato senario coniunctus est. 25. tetragonus: ꝛ ipse ex impari quinario nascitur cõtinenti post ternariũ. Quinquies enĩ quinq;. 25. procedunt. et quinarius post ternariuz impar est numerus. Et in sequenti quoq; eadem ratio est. Nam qui ex. 9. et. 16. ꝛ bis ducto. 12. quadratus. 49. producitur: ille a septenario impari fit post quinariũ continenti. Septies enim. 7. 49. creant. At vero vbi duo altrinsecus parte altera longiores vnũ mediũ tetragonũ claudunt: omnes ex his qui fiunt tetragoni a paribus producunt̃. Nam qui ex duobus ꝛ. 6. parte altera longioribus et quaternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: ille a quaternario numero id est pari producitur. Quater enĩ. 4. 16. sunt. Et in sequenti quoq; ordine vbi ex senario ꝛ duodecim ꝛ bis in suã summã ducto nouenario. 36. fiunt: ex continenti pari senario copulantur. Sex enĩz series. 36. restituunt. Nec minus in eandem rationem cadet ex. 12. et. 20. et bis. 16. factus. 64. tetragonus. Hic enim ex octonario cõtinenti post senarium nascitur. Octies enim octo 64. tetragonuz iungunt. Et in alijs quoq; secundũ eundẽ modũ si ideꝛ facias rationis ordo nõ discrepat.

Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formaruz ratio consistat. Cap. 34.

Illud vero quod ex his duob⁹ tota omniū formarum videtur orta platio: non minore considerationē notandum est. Nanq; trianguli q cunctas alias formas sicut superius docuimus colligendi producunt: his iūctis velut ex quibusdam elementis oriuntur. Nāq; ex vno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulatur. Et ex binario vel quaternario: id est ex secūdo tetragono: senarius triangulus procreatur. Ex quaternario quoq; et senario: denarius triangulus nascitur. Et ad eundem ordinem cuncta triangulorū ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni et parte altera longiores. qui vt melius pernotarentur: primis in duobus eos versibus disposuim⁹ post autem eosdem permiscuimus. et qui exinde trianguli nascerentur asscripsimus.

Tetragoni.

| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |

parte altera longiores.

| 2 | 6 | 12 | 20 | 30 | 42 | 56 | 72 | 90 |

tetragoni et alĕa pte lōgiores alĕnati

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

Trianguli.

Quemadmodū quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex q̄dratis fiāt. Cap. 35.

Omnis vero tetragonus si ei proprium latus addatur: vel eodem rursus dematur: parte altera lōgior fit. Nāq; .4. tetragono siquis duo iunga: vl' duo detrahat 6. addendo perficiet: et duo detrahendo. at vteq; figuram continet parte altera longiorem quę scilicet magna est alteritat⁹ vis. Omnis enī infinita et indeterminata potentia: ab ęq̄litat⁹ natura: et a suis se finib⁹ otinēti substātia discedēs: aut i maius exuberat aut i minora decrescit.

Qō p̄ncipalit̄ eiusdē qdē sit substātię vnitas: secūdo vo loco ipares numeri: tertio q̄drati, et qō p̄ncipalit̄ dualitas alterius sit substantię: scdo vero loco pares numeri: tertio parte altera longiores. Cap. 36.

Constat igit̄ primo qdē loco vnitatē pprię imutabilisque substātię eiusdēq; naturę: dualitatē vo p̄mā alteritatis mutatiōis q; eē p̄ncipiū. Scdo vo loco oēs impares numeros ppē vnitat⁹ cognationē eiusdē atq; imutabil' substātię eē participes: pares vo ob binarij numeri ostiū alteritatib⁹ eē p̄mixtos. Tetragonos quoq; ad eūdē modū considerari manifestum est. Nam qō

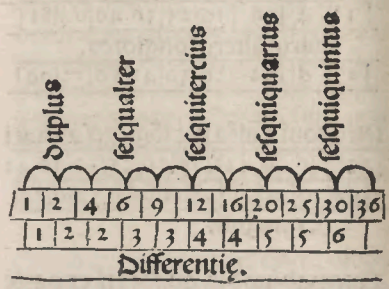
eoꝝ cõpositio ⁊ coniunctio ex impa ribus fit: immutabili eos naturę ꝓ nunciabo coniunctos. Quod vero parte altera longiores ex copulatio ne parium ꝓcreantur: nunq̃ ab alte ritatis varietate separant̃.

Alternatim positis quadratis ⁊ par te altera longioribus qui sit eoꝝ ꝯsẽ sus in differentia et in proportione. Capitulũ. 37.

Llud igit̃ perspi ciendu3 est: qđ si idem tetragoni ⁊ parte altera lon giores disponan tur: ita vt alterna tim sibi permixti sint: tanta in his est coniunctio vt alias sibi in eisdem proportionibus cõmunicent: discre pent autem differentijs. Alias vero differentijs pares sint: proportioni bus distent. Disponant̃ eniz in ordi nẽ idem illi superiores tetragoni: et parte altera longiores ab vno.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30

ERgo in superiore formula hoc maxime intuendũ est. Nanq̃ inter vnũ qui est tetragon⁹: et. 2. du pla ꝓportio est. inter. 2. et. 4. dupla. Hic ergo tetragonus cũ parte alte ra longiore: atq̃ hic cũ sequẽte tetra gono: eadẽ ꝓportiõe iungunt̃: diffe rentijs v̄o nõ isdẽ. Nãq̃ duoꝝ atq̃ vni⁹ sola vnitas differẽtia ẽ: ſ3 idem duo a q̃ternario solo binario relin quunt̃. Rursus si. 2. ad. 4. speculeris dupla est ꝓportio. si quatuor ad sex habitudinẽ sesqualterã recognosces Hic ergo in ꝓportionibus discrepãt in differentijs pares sunt. Nãq̃ ⁊ q̃ tuor a duobus ⁊. 6. a quatuor eodẽ binario distant. In sequẽtibus etiã eodem modo sicut in primis fuit: ra tio constat. Nam eadem proportio est: differentijs nõ eisdem. Nam. 4. ad. 6. et sex ad nouẽ sesqualtera pro portione iungunt̃. 6. autem quater nariũ duobus. 9. vero senariũ trib⁹ pręterennt. In sequentibus etiam eadem ratio speculabitur. ⁊ semper alternatim nunc quidem eędem ꝓ portiones: alię differentię sunt. nũc aũt ordine permutato: hisdem diffe rentijs alię proportiones. Sempq̃ in quibus differunt: secũdũ natura lis numeri ordines tetragoni ⁊ par te altera longiores sese superabunt: tantum quod geminatis summulis naturalis numeri fit progressio. Qđ mirum videri non debet. nos enim ipsas sũmas tetragonorum et parte altera longiorum geminam⁹ ad pri mas secũdasq̃ ꝓportiones.



Aedem quoq; differentię mirabilem in modū a toto p̄ sequentes partes ⁊ p̄ easdem vnitates quibus superi⁹ creuerūt p̄grediunt. Namq; inter vnū ⁊ duo tātū vnitas intercedit: quę vnitati cui ęqualis ē totū est: binarij vō medietas. Eodē modo inter. 2. et. 4. tantū duo sunt. qui binarij totum sunt: quaternarij medietas. Int̄ quaternariū vō ⁊ senariū idem duo sunt: ad quaternariū medietas: ad senariuz pars tercia. Tres vō qui sequunt̄ q̄ inter. 6. et. 9. constituti sunt medij: sunt quidem senarij dimidiū: pars vero tercia nouenarij. Et rursus ternarius qui nouenarij tercia pars ē: duodenarij quarta est. ⁊ ad eundē modū vsq; in finē descriptionis geminat̄ huiusmodi partib⁹ sicut ipsa quoq; summarū cōparatio geminata est: ęquas partiū p̄gressiones aspicies

Probatio quadratos eiusdē eē naturę Cap̄. 38.

Illud aūt apertissimū signū est omnes tetragonos impares esse cognatos: quod in omni dispositione ab vno vel ī duplicibus vel ī triplicibus talis naturę ordo conseritur ut nūquā nisi scōm imparē locum tetragonus inueniat̄. Disponam⁹ enī in ordinē numeros: primo quidem duplos: deinde triplos.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2 187	6561

Si igit̄ in vtriscz verfib⁹ primos aspicias: singulos quos inuenis quoniā tetragoni sunt: in impare loco sunt constituti: quoniā primi sunt. Si vero terciū locū respexeris 4. et. 9. notabis: quoz hic a duobus ꝓficiscit̄: illum ternarius creat. qui sunt loco impari constituti. Quintū deinde si videas locuz. 16. et. 81. respicies. sed vnus a quaternario nascit̄: alteruz nouenarius creat. Et si nonū locum rursus aspicias: tetragonos pernotabis. 256. 6561. quorum superioz fit a. 16. inferioz vero ab. 81. Idem si in infinitū facere libeat indiscrepant̄ incurrit.

Cubos eiusdem participare substantię quod ab imparibus nascantur. Cap̄. 39.

Ipsi vō cubi q̄ quā quā tribus interualis sublati sint: tamē ꝓpter ęqualē multiplicationē participant imutabili substantię: eiusdemque naturę sunt̄ ocij: non aliozū quam impariū coaceruatione ꝓduntur nunquā vero pariū. Nam si omnes ab vnitate impares disponant̄: iuncti figuras cubicas explicabūt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

In his igit̄ qui primus est potestate ⁊ virtute: primū cubum faciet. Juncti vero duo qui sequunt̄ ternarius scilicet ⁊ quinarius: scōm efficiūt cubum: qui est octonarius. Juncti autem. 3. qui sequunt̄: septe

narius nouenariusque ꝛ. ii. cubuz faciunt: qui. 27. numero continetur qui est tercius. Et sequentes quatuor quartuz. ꝛ qui sequunt. 5. quintum. ꝛ ad eundem modum quotus quisque cubus efficitur: tot coniunctione impares apponunt. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	8		27			64			
primus ab vno	secundus a bis duob⁹ bis		tercius a ter tribus ter			quartus a quater quatuor quater			

De ꝓportionalitatib⁹ Cap. 40.

ET de his quidez sufficiēter dictuz est. nunc res admonet quędam de proportionibus disputantes quę nobis vł ad musicas speculationes: vel ad astronomicas subtilitates: vel ad geometricę considerationis vim: vel etiā ad veterū lectionum intelligentiā prodesse possint: arithmetica introductiōe cōmodissime terminare. Est igit proportionalitas duarum vel triū vel quotlibet proportionū assumptio ad vnū atque collectio. Ut autem cōmuniter definiamus: proportionalitas ē duarum vel plurium proportionuz similis habitudo: etiaz si non eisdez quantitatibus ꝛ differentijs constitutę sint, Differētia ꝓo est inter numeros quātitas. Proportio est duorum terminorum ad se inuicē quędaz habitudo ꝛ quasi quodammodo continentia. Quorum compositio quod efficit ꝓportionale est. Ex iunctis enim proportionibus ꝓportionalitas fit. In tribus autem terminis minima proportionalitas inuenit. Fit etiam in pluribus sed longior. vt binarius ad vnum quoniam duo sunt termini: duplam obtinet proportionē. sin vero quatuor contra. 2. compares: ꝛ hic quoqꝫ dupla proportio est. quos tres terminos si continue consideres: ex duabus proportionibus fit proportionalitas. Et est ꝓportionalitas: vnuz ad duo: ꝛ duo ad quatuor. Est enim ꝓportionalitas ut dictū est collectio proportionū in vnuz que redactio. Fit etiam ꝛ in longioribus. Nam si quatuor illis octo velis adiungere: ꝛ his. 16. et his. 32. et deinceps duplos qui sequunt: fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis: Igit quotiens vnus atque idez terminus ita duobus circumse terminis cōmunicat: ut ad vnū dux sit ad alium comes: hęc ꝓportionalitas continua vocatur: vt vnus duo quatuor. Est enim ęqualitas in his proportionis. ꝛ quę admodū sunt. 4. ad. 2. sic sunt duo ad vnum. Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor. Et scōm quantitatem quoque, numeri eodem modo est. Quantū enim tres superant binariū: tantum binarius vnitatez. ꝛ quantū vnus a duobus minor est: tantum binarius a

ternario superatur. Sin vero alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disiunctaz vocari. Ut ad ęqualitatem quidem proportionis sunt. 1.2.4.8. Sic enim sunt quemadmodum duo ad vnum: sic octo ad quatuor. ⁊ conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quatuor ad octo. Et permutatiz quemadmodũ quatuor ad vnum sic octo ad binarium Scõm quantitatẽ vero numeri: ut sunt. 1.2.3.4. quantum enim vnus a duobus vincit: tantũ ternarius a quaternario superat. Et quantum duo vnum vincunt: tanto ternariuz quaternarius transit. Permixtim etiaz quanto vnus tribus minor est tãto binarius quaternario. vel quãto ternarius vnitatẽ superat: tanto binarium transgredit quaternari⁹.

Quę apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteri addiderint. Cap. 41.

Confessę quidẽ ⁊ apud antiquiores notę: quęque ad pythagorę vl' platõis vl' aristotelis scientiã puenerũt: hę tres medietates sunt. arithmetica: geometrica: armonica. Post quas ꝓportionuz habitudines tres alię sunt quę sine nomine quidez feruut. Vocantur autẽ quarta: quinta: vel sexta. q̃ superius dictis oppositę sunt. At vero posteri propter denarij numeri ꝑfectionẽ quod erat pythagorę complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: ut in his proportionalitatibus denarię quantitatis corpus efficerent. Scõm quem numerum ⁊ priores quinqz habitudines comparationesqz descriptę sunt. vbi quinque maioribus proportionib⁹ quos vocauimus duces: minores aptauim⁹ alios terminos quos comites diximus. Inde etiam in arestotelica atqz archythę prius. 10. p̃dicamentoꝝ descriptione: pythagoricum denarium manifestũ est inueniri. Quandoquidem ⁊ plato studiosissimus pythagorę scõm eaz disputationẽ diuidit. ⁊ archytas pytagoricus ante aristotilẽ lz quibusdaz sit ambiguũ decem hec predicamẽta constituit. Inde etiam. 10. membroꝝ particulę. inde alia permulta quę oia ꝑsequi non est necesse.

Quod primum de ea quę vocat arithmetica proportionalitate dicẽdum est. Cap. 42.

Nunc vo de proportionalitatibus deque medietatib⁹ dicendũ ẽ. Et primũ qdẽ de ea medietate tractabim⁹: quę scõm quãtitatẽ ęqualitatẽ neglecta ꝓportiõis parilitate ꝯstitutoꝝ ter mĩoꝝ habitudines seruat. In his aũt quãtitatib⁹ medietas ista versat: inqz his speculãda ẽ:

in quib⁹a seipsis termini differunt. Quid aũt esset differẽtia terminorũ superius diffinitũ est. Hanc aũt esse arithmeticã medietatẽ numerorũ ipsa rõ declarabit: quoniã eius proportio in numeri quantitate ꝯsistit. Quę igit̃ cã est huiusmodi terminorũ habitudinẽ id est arithmeticam cunctis alijs ꝓportionalitatib⁹ anteponere: primũ quod hanc nobis in principio ipsa numerorũ natura ⁊ vis naturalis quãtitatis opponit. Hui⁹modi enĩ ꝓportiones quęq; ad terminorũ differẽtias ptinẽt: ut paulo post demõstrabit̃: i naturali primũ numeri dispositiõe cognoscim⁹. De inde quod superiore libro disputantibus nobis apparuit arithmeticam vim geometrica atq; musica esse antiquiorẽ: ⁊ quod illata has simul inferret: sublata vero perimeret. Quare ordine disputatio pgredieť: si ab ea prius inchoandus sit medietate: quę in numeri differẽtia nõ in proportionis speculatione versat̃.

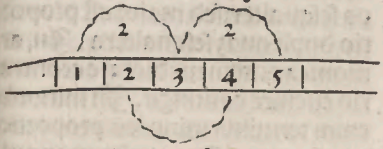
De arithmetica medietate eiusq; ꝓprietatibus. Cap̃.43.

ARithmeticã medietatem vocamus: quotiens vel trib⁹ vl quotlibet termis posit̃: equalis atq; eadẽ differẽtia int̃ oẽs dispositos termios inuenit̃. In qua neglecta ꝓportionis equalitate terminorũ tantũ differentiarũq; speculatio custodit̃. vt. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

IN hac enĩ naturalis numeri dispositione: si quis cõtinuatiz differentias terminorũ curet aspicere: scõm arithmeticam medietatem equa terminoꝝ inter se discrepantia est. Equales eniz sunt differentię: sed eadem proportio atq; habitudo non est. Si igitur in trib⁹ terminis consideratio sit: cõtinua proportionalitas dicitur. Sin vero hic alius dux ⁊ alius comes: illic vero vtriq; sint alij: vocabit̃ disiuncta medietas. Si igit̃ in tribus tantum terminis scõm cõtinuã medietatem cõspexeris: vel in quatuor: vel in quot libet alijs scõm disiunctam: easdem semper differentias terminorum videbis: tantuz solis proportionibus permutatis. Id si in vno quis nouerit reliqua eũ ratio non latebit. Sit continua medietas. 1.2.3. Hic vn⁹ a duobus ⁊ 2. a tribus solis tantuz singulis distant. ⁊ sunt eędem differentię proportiones vero alię. Nãque duo ad vnũ duplus est. tres ad duo sesqualter. ⁊ in cęteris idem videbis. Sin autem permiscens ⁊ aliquos prętereas eligas: ⁊ in his aliquam speculationem ponas: idem poterit euenire. Nam si equales terminos intermittas: ⁊ sese in priore dispositione prętereant. si singulos intermittas: solius binarij notabit̃ differentia. sin vero duo prętereas: ternarij. si tres: quaternarij. ⁊ ad eundem moduz vno plus quam in termiseris: erit illa quam querimus differentia terminorum. Namque

si in trib⁹ terminis singuli relinquã/tur:binarius semper intererit.

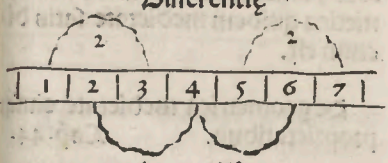
Differeutię



intermissi

QVides ne ut cuz superius in na turalis numeri dispositione se termini singulis preterirent:preter/missis duobus ꝛ 4.vnus ad tres:et 3.ad quinariũ cõparati:binariũ so/lum in differentia retinuerint. Nec nõ etiã in disiuncta eadem versabit obseruatio.

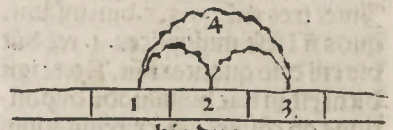
Differentię



intermissi

TAlibus igit vestigijs insistentẽ nullus ab eadem similitudine error abducet. Nãqz si duos inter/mittas:ternarius differentiã conti/nebit.si tres: quaternarius. si qua/tuor quinarius:eque in cõtinuis p/portionibus atqz disiunctis. Quali/tas aũt proportionis eadẽ non erit quãuis sint equis termini differen/tijs distributi. Quod si cõuersim po nant:ut nõ eisdez differentijs eadez qualitas proportionis eueniat:geo metrica talis ꝓportionalitas nõ ari thmetica nominat. Est aũt propriũ huius medietatis quod si in tribus terminis speculatio sit:cõpositis ex/tremitatibus illa summa que inter extremitates est:nõ loco tantũ :ver etiã fit quãtitate medietas. Ut si po nant. 1.2.3.vn⁹ ꝛ tres quatuor red/dunt. Duo vero qui medius inter vtrosqz est:quaternarij medietas in uenit. Quod si bis medietatẽ ducas equs erit extremitatibus. Bis eniz duo quatuor creant. Sin vo disiun cta sit:quod fit ex vtrisqz extremita/tibus compositis:hoc ex duab⁹ me/dietatibus reddit. Si enim sunt. 1. 2.3.4.vnus ꝛ quatuor quinariũ cre ant:duo ꝛ tres medij in eundez rur sus quinariũ surgunt.

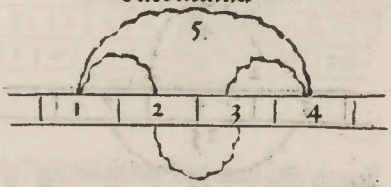
continua



bis duo

4

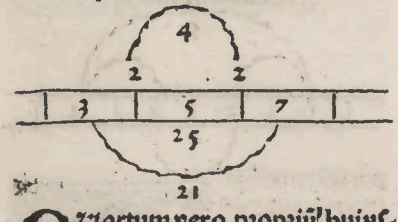
discontinua



5

OSt illi hoc quoqz solida ꝑpeta te ꝺiunctũ:quod quẽadmodũ sunt omnes termini huiusmodi dis/positionis ad seipsos:ita sunt diffe/rentię ad differẽtias ꝺstitutę. Nãqz omnis terminus sibiipsi equalis est ꝛ differentię differentijs sunt equa/les. Illud quoqz subtil⁹ quod mul/ti hui⁹ disciplinę periti nisi nicom a/

chus nunq̃ antea perspexerunt: qõ in omni dispositione vel cõtinua vl̃ disiuncta: quod cõtinet̃ sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate, cõficit̃ tantum quantũ possunt duę sub se differentię cõtinere quę inter ipsos sunt terminos constitutę. Ponamus enim tres terminos huiusmodi. 3. 5. 7. Si igit̃ tres septies augeant̃: in. 21. numerũ cadũt. Quod si mediũ terminũ id est. 5. in semetipsũ multiplicaueris; quinquies quinq̃ faciunt. 25 Et hic numerus ab eo quẽ extremitates colligunt quaternario maior est: quẽ scilicet differentię cõficiunt Inter tres enim. 3. 5. 7. bini insunt. quos si i sese multiplices. 4. reddũt bis enim duo quatuor fiũt. Recte igit̃ dictũ est: in hac huiusmodi dispositione qõ cõtinet̃ sub extremitatibus min⁹ esse illo numero qui fit ex medietate tantũ quantũ differentię in se multiplicate restituunt.

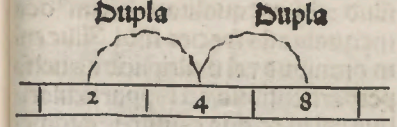


Quartum vero proprii⁹ huiusmodi dispositionis notat̃: qõ antiquiores quoq̃ habuere notissimũ: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones: in maioribus minores comparationes necesse est inueniri. Namq̃ in dispositione hac. 1. 2. 3. minores sunt termini. 1. et. 2. maiores. 2. et. 3. et. 2. ad vnum duplus est. 3. vero ad duos sesqualter: sed maior est proportio dupli quaz sesqualtera. In harmonica autem medietate econtrario euenire contingit. In minoribus enim terminis minores proportiones: in maioribus maior proportionis quantitas custodit̃. Harũ vero medietatũ id est̃ arithmeticę atque armonicę: geometrica proportionalitas media esse notata est̃. quę vel in maioribus vel in minoribus terminis ęquas numerorum qualitates i ꝓportionalitate custodit. Inter maius vero z minus: ęqualitas loco ponit̃ medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

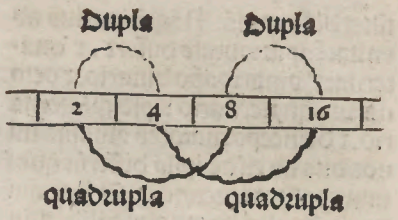
De geometrica medietate eiusq̃ proprietatibus. Cap. 44.

Nunc vero quę hãc sequit̃ geometrica medietas expediatur quę sola vl̃ maxime proportionalitas appellari põt: ꝓptereaquod i ea eisdẽ proportionib⁹ terminoꝝ vel in maioribus vel in minoribus speculatio ponit̃. Hic enim ęqua semper ꝓportio custodit̃: numeri quantitas multitudoq̃ negligit̃ contrarie quaz in

arithmetica medietate. vt sunt. 1. 2. 4. 8: 16. 32. 64. Vel in tripla proportione. 1. 3. 9. 27. 81. Vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorum sit constituta distensio. In his enim quotlibet terminos sumpserís: explebunt geometricā medietatem. quē admodū enim prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponantur tres termini. 2. 4. et. 8. quē admodū sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad. 2. Atque hoc si conuertas: quemadmodum sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.



Vel si in quatuor terminis vt sunt. 2. et. 4. 8. et. 16. quemadmodum est primus ad tercium: id est. 2. ad. 8. sic erit secūdus ad quartum: id est. 4. ad. 16. Vtraq; enim proportio quadrupla est. Et cōuersim quemadmodū quartus est ad secūdum: ita tercius notatur ad primus Hoc vero etiam disiunctę licet. Nā quemadmodū est primus ad secundum: id est. 2. ad quatuor: sic terciꝰ ad quartū: id ē. 8. ad. 16. & conuersim quemadmodum secundus ad primum: id est. 4. ad duos: ita quartus ad tercium: id est. 16. ad. 8. idq; in omnibus rata consideratione prospicies.



Habet autem proprium huiusmodi medietas quod in omni dispositione scōm hanc proportionalitatem terminorum differentię in eadem proportione contra se sūt qua fuerint ipsi termini quorum sunt ipsę differentię. Siue enim dupli cōtra se sint termini: duplę erunt etiam differētię. siue tripli: triplę. siue scōm quamlibet multiplicitatem: eadem in differētijs multiplicitas erit: quā prima consideratio inuenit in terminis. ut subiecta descriptio monet

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128	
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Nulli igitur dubium esse potest q̄ cuz oēs termini dupli sint: ita differentię quoq; eorꝝ terminorꝝ duplę esse videantur: ut vno minus termino in differentijs: omnes pene dispositos subter terminos quorū sunt ipsę differētię: superior ordo reddiderit. Est etiā aliud proprium quod omnis ad minorē maior terminus cōparatus: ipsum minorē re-

tinet differentiã. Nãq; binarius ad vnitatẽ: ipsa vnitate differt. & quaternari⁹ binario: ipo binario. & octonarius quaternario: ipso quaternario. & deinceps maiores alij: ipis minoribus ab eis dẽ ipsis differũt quos numerositate pretereũt. Et hoc quidez in duplici ꝓportione cadit. Sin vero sint triplices ꝓportiones: maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt. Ut si sint. 1.3.9. tres ab vno: binario differũt: in quẽ vnitas ideſt minor terminus duplicatus exundat. & 9. a tribus senario differũt: quem ternarius duplicatus educit. Et in alijs cũctis eiusmodi ratio reperiet. Sin vo quadruplices sint: triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli: quadruplicato. et si sexcupli: quinquuplicato. & vna minus multiplicatione quaz est ipsa minoꝝ ad maiores cõparatio terminoꝝ: minorẽ numerus maior exsuperat.

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differentię triplę

2	6	18	54	162	486	1458
1	3	9	27	81	243	729	2187

Termini tripli

Differentię quadruplę

3	12	48	192	768	3072	12288
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli

Hec aũt ꝓportionalitas & i alijs omnibus vel supparticularib⁹ vel suppartientibus inuenit: huiusmodi proprietate in omnibus conseruata: ut in cõtinua proportione: quod fit sub extremitatibus si tres fuerit termini: hoc a medietate multiplicata cõsurgat. Si eniz sint. 2.4.8. quod fit ex bis. 8. idem fit ex quater. 4. Uel si sit in quatuor terminis disiuncta ꝓportio: qõ fit sub vtriscz extremitatibus id duarũ medietatũ multiplicatione concrescat. Ut si sint. 2.4.8.16. quod fit ex bis. 16. id ex quater. 8. reddatur. Exemplar aũt nobis maximuz certissimũcz fit illud: vbi ex ęqualitate diximꝰ oẽs inęqualitatis species fũdi. Illic enim in omnibus vel multiplicibus uel superpartientibus vel supparticularibus vel in cęteris cõiunctis geometrica ꝓportionalitas custodit: has omnes proprietates quas supradiximus continẽs. Quarta vero est proprietas huiusce medietatis: quod ut in maioribus uel minoribus terminis ęquales semp proportiones sũt. Namcz si ponant. 2.4.8. 16.32.64. inter hos omnes dupla ꝓportio est. Apparet etiã hęc proportionalitas in binis ꝓportionibus ab vnitate alternatim parte altera longioribus quadratiscz dispositis a prima multiplicitatis habitudine id est a dupli ci p cũctas supparticularis habitudines proportionesque discurrens. quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	1	
arte al.lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
arte al.lon.	6	sesqualte:a
Tetragonus	9	sesqualtera
arte al.lon.	12	sesquitercia
Tetragonus	16	sesquitercia
arte al.lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
arte al.lon.	30	sesquiquinta
Tetragonus	36	sesquiquinta
arte al.lon.	42	sesquisexta
Tetragonus	49	sesquisexta

Que medietates quibus rerum ublicarũ statib⁹ cõparent̃. Ca.45.

ATq; ideo arithmetica quidem ei rei pulicę cõparat̃ q̃ paucis regit̃: idcirco quod in minoribus eius terminis maior propor io sit. Musicam vero medietatem ptimatũ dicũt esse rempublicam: deo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popular⁊ qd̃ mmodo ⁊ ex ęqualitate ciuitatis ẽ Nãq; vel in maioribus vel in minoibus ęquali omniũ proportionalitate componit̃: ⁊ est inter omnes pa itas quędam medietatis ęquũ ius n ꝓportionibus cõseruantis.

Quod supficies vna tantũ in proportionalitatibus medietate iungãtur: solidi vo numeri duab⁹ medietatib⁹ in medio collocant̃. Cap̃.46.

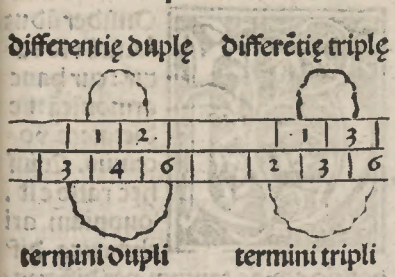
POst hec igit̃ tempus ẽ: ut expediamus nunc quiddam nimis vtile in platonica quadam disputatione: que in timei cosmopeia haud facili cuiquã vel penetrabili ratione versat̃. Oẽs enĩ planę figurę q̃ nulla altitudine crescunt vna tantũ medietate geometrica cõtinuant̃: alia que iungat nõ põt inueniri. vnde duo tantũ in his interualla sunt constituta: a primo scilicet ad mediũ: ⁊ a medio ad terciũ. Si vero fuerint cubi: duas tantuz habebunt medietates vbi tercia inueniri nõ poterit: scd̃m geometricam scilicet proportionẽ. vnde formę solidę tria interualla dicunt̃ habere. Est enim vnũ interuallũ a primo ad secundũ: ⁊ a secunao ad terciũ: ⁊ a tercio ad quartuz: quę est scilicet postrema distantia. Rectę igit̃ ⁊ planę figurę duob⁹ interuallis: ⁊ solidę tribus cõtineri dicunt̃. Sint enim duo tetragoni. 4. scilicet et. 9. hoꝝ igitur vnus tantum medius in eadem proportione constitui potest Nanque senarius ad. 4. sesqualter est: ⁊. 9. ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autẽ idcirco euenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Nanque quaternarij te-

tragoni latus binarius est: nouenarij ternarius. hi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis enim tres senarius est. Et quotienscūq; datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus inuenire: latera eorum multiplicāda sunt: & qui ex his procreabunt medietas est. Si autem cubi sint vt. 8. et. 27. due tantū inter hos eadem proportione medietates constitui queūt. 12. scilicet et. 18 nāq;. 12. ad. 8. et. 18. ad. 27. sesqualtera tantum proportione iungunt. In his quoq; eadem lateru ratio est. Nanque ex vno cubo qui propinquior est: vna medietas duo latera colligit. ex alternatim vero posito vnum. In alia quoq; medietate idem est. Ponant enim duo cubi & in medio eorum due medietates quas superius diximꝰ. 8. duodecim 18. 27. octonarij igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonariū fecerunt. Ternarius vero. 27. cubi latus est. Ter enim tres ter. 27. restituūt. Medietas igit quę iuxta octonarium est: id est. 12. mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario & aliud vnu latus ex altrinsecus posito. 27. cubo. Bis enim bini ter. 12. pandunt. Et. 18. eadez ratione duo latera appinquo sibi. 27. cubo colligit: & vnū ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis. 18. concludunt. Hoc autem vniuersaliter speculanduz est: si tetragonus tetragonum multiplicet: sine dubio tetragonus prouenit. Sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquam tetragonus: sed semper ante longior crescit. Rursus si cubus cubum multiplicauerit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc scilicet scōm similitudinem paris atq; imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. & impar imparem si multiplicet: impar continuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper exoritur. Hoc autez facilius cognoscit ex lectione platonis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad terciam medietatem redeundū est.

De armonica medietate eiusque proprietatibus. Cap. 47.

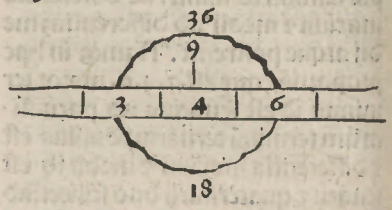
Armonica aūt medietas est: quę neq; eisdē differentijs nec equis proportionibus constituitur: sed illa in qua quēadmoduz maximus terminus ad paruissimuz terminum ponitur: sic differentia maximi & medij contra differentiā medij atque paruissimi comparatur. Vt si sint. 3. 4. 6. vel si. 2. 3. 6. Sena-

rius enim quaternarium sua tercia parte superat: id est duobus. quaternarius vero ternarium sua quarta parte superuenit: id est vno. Et senarius ternarium sua medietate id est tribus. ternarius vero binariuꝫ sua parte tercia id est vnitate transcendit. Quare in his neqꝫ eadem proportio terminorum est: neque sunt eędem differentię. est autem quem admodum maximus terminus ad paruissimū terminū: sic differentia maximi ⁊ medij ad differentiaꝫ medij atque postremi. Namqꝫ in hac proportiōe quę est. 3. 4. 6. maior terminus id est senarius ad paruissimum terminū ternariuꝫ duplus est ⁊ differentia maximi ⁊ medij id est senarij ⁊ quaternarij duo scilicet: ad differentiā medij ⁊ vltimi id est quaternarij atqꝫ ternarij quę est vnitas dupla perspicitur. Sed hoc quoqꝫ subiecta descriptione monstrat̄.



Habet autem proprietatez quē admodum dictum est contrariam arithmeticę medietati: In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio: in maioribus minor in hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio: in minoribus vero minor. Nanque in hac dispositione. 3. 4. 6. tres ad quatuor comparati sesquiterciam habitudinem: sex vero ad quatuor sesqualterā reddunt: sed maior est proportio sesqualtera a sesquitercia tātum quantum pars tercia medietate transcendit̄. Juste igitur medietas quędam geometrica proprieqꝫ esse proportionalitas iudicatur. scilicet inter eam vbi in maioribus terminis minor est proportio ⁊ minoribus maior: ⁊ inter eam vbi in maioribus maior est in minorib⁹ minor. Illa est enim vere proportionalitas quę medietatis quodammodo locum obtinens: ⁊ in maioribus ⁊ in minoribus: ęqualibus proportionū comparationibus continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum mediam esse quodammodo geometricā proportionē. Nāqꝫ in arithmetica proprotione medius terminus eadem sua parte ⁊ minorem precedit ⁊ a maiore preceditur sꝫ alia ꝑte minor (alia v̄o ꝑte maior) Sit enim arithmetica dispositio. 2. 3. 4. Ternarius igitur numerus binarium tertia sua parte pręcedit id est vno: ⁊ a quaternario tercia sua parte pręceditur id est vno. At vero ternari⁹ nō eadē parte minoris minorē vincit: vel maioris a maiore superat̄. Nāque minorē id est binariū vno superat: id est ipsius medietate binarij. a quaternario vero vno relinquit̄: quę pars q̄ternarij quarta

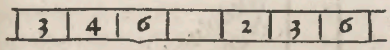
est. Recte igitur dictum est mediuz terminuz in huinsmodi medietate: eadem sui parte ꝛ minorem vincere ꝛ a maiore superari: sed non eisdem partibus vel minoris minorem trās gredi: vel maioris a maiore transcē di. Contrarie armonica medietas ꝓportiones habet. Nāq; non eadē parte sua medius terminus in hac proportione vel minorē vincit: vel a maiore superaī. sed eadez parte mi noris minorem superat: qua parte maioris a maiore superaī. In hac eniz dispositione armonica quę est 2.3.6. ternarius binariuz tercia sui parte vincit: idem ternarius a sena rio tota sui quātitate superaī: id est tribus. Idemq; ipse ternarius me dietate minoris vincit minorem: id est vno. ꝛ medietate maioris a ma iore termino vincitur: id est tribus. Senarij enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neq; eisdem suis partibus medius vel vincit minorez vel a maiore vin citur. neque eadem parte vel mino ris minorem superat: vel maioris a maiore relinquiī. sed qua parte sua medius terminus minorez superat: eadē parte sua maior terminus me dium vincit. Quod est ut medietas atque extremitas ęqualibus medie tatem ꝛ extremitatez reliquam suis partibus superuadant. In hac eniz dispositione quę est. 4.6.9. tercia sui parte medius senari⁹ quaternariuz superat: id est duob⁹. ꝛ tercia sui par te rursus nouenarius senariuz vin cit: id est tribus. Habet autem aliaz p' ꝓprietatem armonica medietas. vt cum duas extremitates in vnum redactas medietas multiplicauerit dupla quantitas colligiī quam si se multiplicēt duę extremitates. Sint enim hi termini. 3.4.6. Si igitur ter nariū ꝛ senariū iungas nouenariuz facies. qui per quaternariū ductus 36. efficit. quod si se ipsę extremita tes multiplicent: ꝛ fiant tres sexies 18. conficiunt: quod est prioris sum mę dimidium.



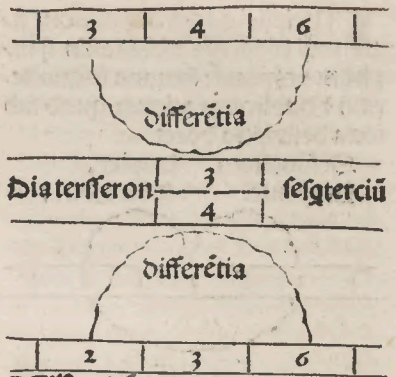
Quare dicta sit armonica medie tas ea quę digesta est. Cap. 48.

Onsider ādum fortitā videa tur: cur hanc armonicā me dietatem vo cemus. Cuius hęc ratio est. quoniam ari thmetica dis positio ęquas tantum per differen tias diuidit quantitates. geometri ca vero terminos ęqua proportio ne cōiungit. At vero armonica ad aliquid quodammodo relata con sideratione: neq; solum in terminis speculationez proportionis habet:

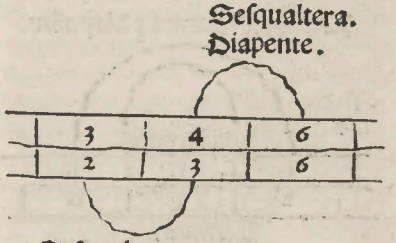
neque solum in differentijs: sed in vtrisq; cõmuniter. Querit enim ut quemadmoduz sunt ad se extremi termini: sic maioris ad mediũ differentia: contra differentiam medietatis ad vltimũ. Ad aliquid autem considerationem armonię proprie esse in primi libri rerum omnium diuisione monstrauimus. Ipsarum quoq; musicarum consonantiaruz quas symphonias nominãt proportiones: in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Nanque symphonia diatesseron: quę princeps ẽ z quodammodo vim obtinens elementi: constituit scilicet in epitrita proportione: ut est quaternarius ad ternarium: in eiusmodi armonicis medietatibus inuenit. Sint enim eiusmodi armonicę medietatis termini quoruz extimi dupli sint: z rursus alia huiusmodi dispositio quorũ extimi tripli.



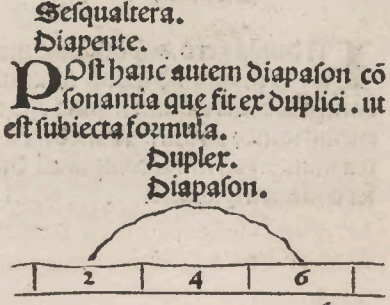
SEnarius igitur ad ternarium duplus est. idez aũt in alia dispositione senarius ad binarium triplus. Horum igit si differentias colligamus z ad se inuicem comparemus: epitrita proportio colligitur: vnde diatesseron symphonia resonabit. Inter tres enim z. 6. ternari9 est: z inter binariũ z senarium quaternarius. qui sibimet cõparati sesquiterciam efficient proportionem.



INeadẽ quoq; medietate z diapente symphonia componitur: quã sesqualtera habitudo restituit. Nam in vtri sque dispositionib9 his quę subiectę sunt: in duplici senarius ad quaternariũ sesqualter est: in triplici ternarius ad binariũ: ex quib9 vtrisque diapente symphonia coiungitur.

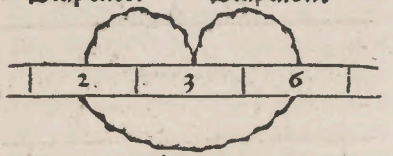


POst hanc autem diapason cõsonantia quę fit ex duplici. ut est subiecta formula.



IN triplici quoq; dispositione simul diapente ⁊ diapason symphonia cõponit: seruans sesqualteram ⁊ duplicem rationez. quod subiecta descriptio docet.

Sesqualtera. Duplex.
Diapente. Diapason.



Triplex.
Diapente ⁊ diapason.

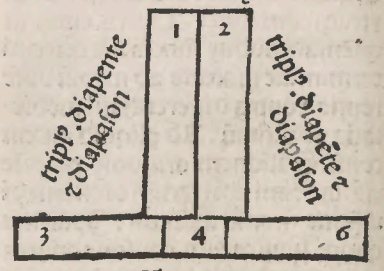
QT quoniam triplus duas continet consonãtias diapente scilicet ⁊ diapason: in huiꝰ triplicis positione in differentijs eiusdez rursus triplum reperiemus scõm subter descriptum modum.

Triplus. diapente ⁊ diapason.

Termini.

IN dupla vero dispositione maior terminus ad medij termini contra se differentiam triplus est. ⁊ rursus minor terminꝰ ad medij cõtra minorez terminũ comparati differentiam triplus est.

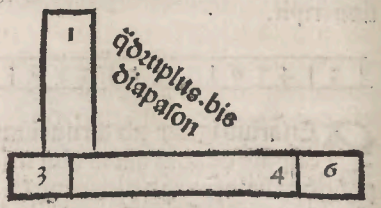
Differentię.



Termini.

ILla autez maxima symphonia quę vocat bis diapason: velut bis duplum: quoniaz diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic se iũcturę armonicę medietatis interserit. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suiq; differentiaz quadruplus inuenit.

Differentia.



Termini.

IN triplicibus quoq; extremitatibus maior differentia ad minorẽ differẽtiã quadrupla est; ⁊ bis diapason symphoniã emittit. Nãq; in dispositione. 2. 3. 6. extremoꝝ differẽtia est: id est senarij ⁊ binarij. 4. minor vero differentia id est ternarij ⁊ binarij vnꝰ. 4. aũt vno quadrupla maior est relatione: q̃ cõparatio bis diapason consonantiã tenet.

De geometrica armonia. Cap. 49.

Vocant autem quidaz armonicã huiusmodi medietatez idcirco quod semper hęc proportionalitas geometricę armonię cognata est. armoniã aũt geometricã cubum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinẽ distentus est z in altitudinis cumulũ creuit: ut ex ęqualibus proficiscens ad ęqualia perueniens: ęqualiter totus sibi conueniens creuerit. Hęc autem medietas in omnibus cubis que est geometrica armonia perspicitur. Omnis enĩ cub⁹ habet latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autez ordo z dispositio armonica est. Disponantur eniz. 6. 8. 12. hic ergo quẽadmoduz est maior terminus ad paruissimuz ita differentia maioris z medij ad paruissimam cõparatur. Perpensi nanque. 12. ad sex dupli sunt. differentia vero. 12. z octonarij quaternarius est. octonarij vero z senarij duo. dupla autem ratione distabũt duobus quatuor cõparati. Rursus octonari⁹ qui medietas est alia sua parte minorem precedit: z alia sua parte a maiore precedit̃. eadem autem parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in ynum redigantur z a medietate octouario multipliceutur: duplus erit ab eo numero quem sole extremitates multiplicate perfecerint. Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatesseron quidem est octo ad sex quoniaz proportio sesquitertia est. At diapente. 12. ad. 8. quoniam ea que sesqualtera comparatio dicitur in ea diapente consonantia reperit̃ Diapason vero que ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositione producitur. Diapason vero z diapente que triplicis optinent rationez: fit ab extremitatũ differentia ad differentiaz minorem. Nanque duodenarij z senarij sex differentia est. minor vero est differentia octonarij z senarij: id est. 2. qui senarius ad binariuz triplus est: z diapason simul z diapente consonantiã sonant. Illa vero maior consonantia que est bis diapason: que ex quadruplo fit in medij termini id est octonarij: et eius differentię comparatione perspicitur: que inter octonariuz senariumque reperitur. Quare proprie atque conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis: arithmetica z geometrica armonica inter eos medietas alterneẽ. atque de eorum generationibus.

Nos aũt prestare debem⁹ quatenus quemadmodũ dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus musicis mos est: ut mediũ foramẽ permutantes: atq; aliud aperientes aliud digitis occludentes diuersos emittant sonos. Uel cuz duabus altrinsecus protẽsis cordis medij nerui sonum musicus vel astringendo tenuat uel remittendo grauat: ita quoq; datis duobus numeris nũc quidem arithmeticã: nũc vero geometricã: nũc aũt armonicã medietatem experiamur inserere. vt rectum proprijũq; medietatis nomen sit: qđ manentibus extremitatib⁹ huc atq; illuc ferri permutariq; videat. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel imparib⁹ permutare: ita ut cum arithmeticã ponim⁹ medietatẽ differẽtiarũ tãtũ ratio equabilitasq; seruet. Cũ vero geometricã: rata sit proportionũ iunctura custodiat. Sin aũt armonica fiat differentiarũ cõparatio: ab terminoz proportione nõ discrepet. Et sint quidẽ primo pares positę quędã extremitates: inẽ quas has omnes medietates oporteat interuectere. 10. et. 40. Prius igitur arithmetica medietas aptet. Inter hos ĝ si. 25. posuero: erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate immutabiliter custodita. in huiusmodi scilicet dispositione. 10. 25. 40. Uides enim ut quindenę sese summulę quantitate transcendãt. Omnesq; proprietates quas sup̃ dixim⁹ i medietate arithmetica cõuenire: ab hac huiusmodi dispositione non reperies alienas. Nãque quẽadmodũ vnusquisq; eoz terminus ad seipsuz est: quoniã sibi equalis est: ita sunt ad se inuicem differẽtię: qñ sibi sunt equales. ⁊ quanto maioz terminus mediũ tranfit: tanto medius vincit minozẽ. Et extremitatũ aggregatio duplex ẽ medietate. ⁊ minoz terminoz proportio maioz ẽ illa cõparatiõe quę inẽ maiozes terminos cõtinet. Et tãto minoz est numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quãtũ eorũ differentię multiplicate restituunt. Illud quoq; quod medietas eadez sui parte ⁊ a maioze vincitur ⁊ minorem ipsa superuenit. non eadem autem parte minozis minozem transfit: vel maioris a maioze relinquitur. quę omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmeticę medietatis sunt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitanter intelliget. Rursus si inter eosdẽ 10. et. 40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exorit: arithmetica medietate pereunte. In hac enim dispositione. 10. 20. 40. quẽadmodũ est maioz ad medium: sic medi⁹ ad extremũ. Et quod cõtinet ab extremitatibus equum est ei quod a

multiplici medietate completur. Differentię quoq; eoꝝ in eadē sunt ꝓportione q̄ termini. Cremētū vo et iminutio ꝓportionū scōm terminos nulla est. sed maiorꝝ terminorꝝ ꝓportio a minorꝝ terminorꝝ ꝓportiōe nō discrepat. Si vo armonicā medietatē ꝺiūgere velim. 16. mihi numerus inter extremitates vtraſq; ponēdus est vt sit hoc modo. 10. 16. 40. Nūc igit̄ licet in huiusmodi dispositione oēs armonicas ꝓprietates agnoscere. qua enī maximus ad paruissimū termin⁹ ꝓportione ꝺiungit̄: eadē ꝓportiōe differentię ad seinuicē cōparant̄. Et quib⁹ partib⁹ maioris a maiore medius vincit̄: eisdē partib⁹ minoris ꝓterit minorē. Suis vo non eisdē vel a maiore vincit̄: vel transit minorē. Et i maioꝛib⁹ terminis maior est ꝓportio: i minoꝛib⁹ minor. Et si vnū extremitates rediganť: et medietatis quātitate ꝺcrescāt: duplus inde ꝺficit̄ numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatib⁹ ꝓcreatur. Atq; hoc quidē in terminis paribus ostitutū ē. At vero si impares ꝓponant̄ vt sunt. 5. et 45. aptatus medius. 25. arithmeticā ꝓportionē medietatēq; ꝺstituit. Nam si sint. 5. 25. 45. eadē sese numeroꝝ quātitate termini trāsgredient̄. ꝛ omnis superius dicta ꝓprietas arithmeticę medietatis in his terminis custodit̄. Sed si 15. nūerū mediū ponā vt sint. 5. 15. 45. in geometricā medietatē termini relabuntur: ęqualibus terminorum ad se inuicem ꝓportionibus custoditis. Nouē vero si inter vtrosq; terminos ponā: vt sint. 5. 9. 45. fit armonica medietas. vt qua sum ma maximus numerus paruissimū p̄cedit: eadem maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vero disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendū est. Datis duobus terminis: si arithmeticā medietatem cōstituere oportebit: vtraq; est extremitas coniungenda. quodque ex ea copulatione colligitur diuidendū: iscq; numerus qui ex diuisione redactus est arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet. vt. 10. et. 40. si iunxero: efficiunt. 50. quos si diuidam. 25. redduntur. Hic erit medius terminus scōm arithmeticā ꝓportionem. Uel si illum numerum quo maior minorem superat diuidas: eumq; minori superponas: qđ que inde concrescit medium ponas arithmetica medietas informatur. Nam. 40. denarium tricenario superat. quem si diuidas. 15. fiunt. hunc si minori id est denario superposueris. 20. et. 5. nascentur. quē si medium constituas: arithmeticę medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges: eius numeri qui sub vtrisq; extremitatibus continetur tetragonicum latus inquire: ꝛ hunc medium pone. Nam sub. 40. ꝛ denario numero. 400. cōtinentur. Si enim denarium in. 40. multiplices: hic numerus crescit. Do rum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. hi sunt. 20. Uicies enim. 20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum mediuꝝ constitues. Uel si eam pro-

portionem quã inter se dati termini custodiunt diuidas: ⁊ id quod relinquetur mediũ terminũ ponas. Nanque. 40. ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si diuidas duplum facies: qui est scilicet. 20. Nam. 20. ad denarium duplus est. Hunc si mediũ constituas: medietatem geometricã perferet. Armonicam vero medietatẽ tali modo reperies. differentiam terminorũ in minorem terminũ multiplica. ⁊ post iunge terminos. ⁊ iuxta eum qui inde confectus est: cõmitte illum numerum qui ex differentijs et termino minore productus est. Cuius cũ latitudinẽ inueneris: addas eĩ minori termino. et quod inde colligit̃ mediũ terminũ pones. 10. eni et. 40. fiunt. 50. Differentia autẽ inter. 10. et. 40. 30. sunt. quẽ si multiplicas in denariũ: id est in minorẽ: decies. 30. oportet. 300. efficies. Quos. 300. iuxta eũ cõmitte qui ex iũctis vtrisq; confectus est: id est iuxta. 50. facient enim quinquagies senos. ⁊ inuenit̃ latitudo senarius. Hũc igit̃ si minori t̃mino addas faciẽt. 16. ⁊ h̃ numer⁹ medi⁹ constitut⁹ int̃. 10. et. 40. armonicã ꝓportionẽ medietatẽq; ꝯuabit.

De trib⁹ medietatib⁹ q̃ armonicę ⁊ geometricę ɔtrarię sũt. Cap̃. 51.

E quidez sunt apud antiquiores inuentę probatęq; medietates. quas id circo longius enodatiusq; tractauim⁹: quod hę maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: ⁊ ad omnẽ pene vim cognitionis eorũ versatur vtilitas. Cęteras autẽ prętereundo trãscurrimus: idcirco quod nõ multum nobis in lectionibus prosunt. sed tantum ad implendam denarij numeri quantitutem. Quę ne lateãt ne ve sint aliquibus ignoratę depromimus. Uidentur enim hę supradictis medietatibus esse contrarię ex quibus originẽ trahunt. Ex his eni etiam istę sunt constitutę. Est autez quarta medietas quę opposita videtur armonicę: in qua tribus terminis positis: quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ: sic differentia minorũ ad differentiam maximorũ. Ut sunt. 3. 5. 6. sex ad ternarium duplus. Et sunt minores. 5. et. 3. maximi vero huius dispositionis. 6. et. 5. Differentia vero minorum quinarij scilicet ⁊ ternarij. 2. sũt maiorũ quinarij et senarij: 1. qui. 2. ad vnũ comparati duplum faciunt. Ergo quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ sic minorũ terminorum differentia est ad differẽtiam maximorũ. Liquet autẽ oppositam ⁊ quodãmodo contrariã esse hanc medietatez armonicę medietati: idcirco: quod in illa quẽadmodum est maximus terminus ad paruissimũ: sic maiorum terminorũ differentia ad differentiã minorũ. Hic autem econtrario. Est autem propriũ huius medietatis: quoniã quod continetur sub maximo termino et medio: duplum est eo quod continetur sub medio atq; paruissimo. Se/

ries enī quinqꝫ. 30. sunt: quinquies vero tres. 15. Duę vero alię medietates quinta scilicet ꝛ sexta geometricę medietati contrarię sunt: ꝛ eidem videntur oppositę. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quēadmodū est medius termin⁹ ad minorez terminū: ita eorū differentia ad differentiam medij atqꝫ maioris. Nam in hac dispositione. 2. 4. 5. quaternarius ad binariū duplus est. sed inter quaternariū ꝛ binariū duo sunt: inter quaternariū vero et maiorem terminuz id est quinqꝫ. 1. ꝛ duo ad vnū dupli sunt. Contrariū autem geometricę medietati in hac proportiōe est: qō in illa quēadmodū maior terminus ad minorē esset: sic maiorū differentia ad differentiā minorum. hic vero contrarie: quemadmodū minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorū ad maiorum differentiā comparatur. Est autem propriū in hac quoque dispositione quod illud quod cōtinetur sub maiore termino ꝛ medietate duplū est eo quod sub vtrisqꝫ extremitatibus continetur. Nam quinquies quatuor sunt. 20. quinqūies vero. 2. sunt 10. et. 20. denarij duplus est. Sexta vero medietas est quādo tribus terminis constitutis quēadmoduz est maior terminus ad mediū: sic minorū terminorū differentia ad differētiā maximorū. In dispositione eniz quę est. 1. 4. 6. maximus terminus ad medium sesqualter est. differentia vero minorum id est vnius et. 4. ternarius est: maiorum vero id est quaternarij ꝛ senarij binarius. Ternarius autem binario comparatus sesqualterā habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo hęc quoque medietas geometricę contraria est quemadmodū ꝛ quinta: propter proportionem differentiaruz a minoribus ad maiores terminos conuersam.

De quatuor medietatibus quas posteri ad implendū denariū limitez adiecerunt. Cap. 52.

Et hę quidē sūt sex medietates quarum tres a pythagora vsqꝫ ad platonez aristotelemqꝫ mānserunt. Post vero qui insecuti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentarijs addidere. Sequens autem ętas quemadmodū diximus ad implendam denariam quantitatez alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Has igitur nos quā possumus breuissime disponamus. Prima enim quę est earum: in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad vltimum:

sic maximi ⁊ paruissimi termini differentia ad minoꝝ differentiam terminorum. vt in hac dispositione. 6. 8. 9. Nouenarius igitur ad senariuꝫ sesqualter est. quorum est differentia ternarius. Minorũ vero terminorum: id est octonarij ⁊ senarij binarius differentia est. qui ad superiorem ternarium cõparatus facit sesqualteram proportionem. Secũda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quẽadmodum sunt extremitates ad se inuicẽ cõparatę: sic eorum differentia ad maiorum terminorũ differentiam. vt sunt. 6. 7. 9. Nouem igitur ad. 6. sesqualter est. et eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: id est septenarij et nouenarij qui binarius est: reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor: nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad paruissimũ custodit: eam retinet extremorum differentia ad minorum differentiam cõparata. vt. 4. 6. 7. Etenim. 6. ad. 4. sesqualter est. quorum est differentia binarius. septenarij vero ⁊ quaternarij ternarius differẽtia est. quẽ si ad superiorem binarium comparemus sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero quę in ordine decima est cõsideratur in tribus terminis: cum tali proportione medius terminus ad paruissimũ comparatur: quali extremorum differẽtia contra maiorum terminorũ differentiam proprtione coniungitur. vt sunt tres quinqꝫ octo. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens est. Extremorum vero differentia octonarij scilicet ⁊ ternarij quinarius. qui cõparatus contra maiorum terminorum differentiam scilicet quinarij ⁊ octonarij qui est ternarius: ⁊ ipse quoqꝫ superbipartiens inuenitur.

Dispositio decem medietatum. Cap. 53.

Disponamus igitur cunctas medietates in ordinem: vt cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

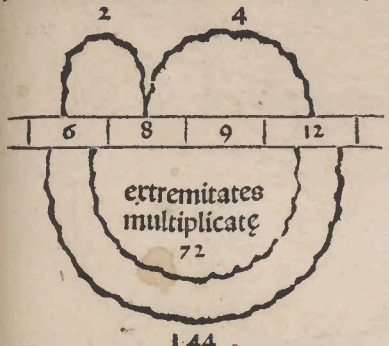
Arithmetica	Prima	1	2	3
Geometrica	Scda	1	2	4
Armonica	Tertia	3	4	6
ꝯria armonicę	Quarta	3	5	6
ꝯria geome.	Quinta	2	4	5
ꝯria geome.	Sexta	1	4	6
inter. 4. prima	Septima	6	8	9
inter. 4. scda	Octaua	6	7	9
inter. 4. tertia	Nona	4	6	7
inter. 4. quarta	Decima	3	5	8

De maxima ⁊ pfecta symphonia quę tribus distendit interuallis. Cap. 54.

Restat ergo de maxima pfecta qꝫ armonia dis/serere: q̃ trib⁹ in teruallis ɔstitu/ta magnaꝫ vim obtinet in musi ci modulaminis tẽperamẽtis: ⁊ in speculatiõe natu/raliũ q̃stionũ. Etenĩ pfecti⁹ huiusmo di medietate nihil poterit inueniri: q̃ trib⁹ ĩteruallis ꝓducta pfectissimi corporis naturã substãtiãqꝫ sortita ẽ Hoc enĩ modo cubũ quoqꝫ trina di mẽsione crassatũ: plenã armoniã eẽ mõstrauim⁹. Hęc aũt huiusmodi in venieť: si duob⁹ terminis ɔstitutis: q ipsi trib⁹ creuerint interuallis: lõgitu dine: latitudine: et ꝓfunditate: duo huiusmodi termini medii fuerint cõ stituti: ⁊ ipsi trib⁹ interuallis notati: q vel ab ęqualib⁹ p ęq̃les ęq̃liter sint ꝓducti: vel ab inęqualib⁹ ad inęq̃lia ęqualiter: vl' ab inęqualib⁹ ad ęqua lia ęq̃liter vel quolibet alio modo. atqꝫ ita cũ armonicã ꝓportionẽ cu/stodiãt: alio tñ modo cõparati faci/ant arithmeticã medietatẽ: hisqꝫ ge ometrica medietas q̃ inť vtrasqꝫ ver sať deesse nõ possit. In quatuor enĩ terminis si fuerit quẽadmodũ ꝑm⁹ ad tertiũ: sic secũdus ad q̃rtũ; ꝓporti onũ ratiõe scilicet custodita: geome trica medietas explicať. Et qd̃ cõti/neť sub extremitatib⁹ ęquũ erit ei qd̃ sub vtraqꝫ medietate ad seinuicem multiplicata ɔficiť. Rursus si maxi/mus q̃tuor terminoꝝ numer⁹ ad eũ q sibi ꝓpinqu⁹ est talẽ habeat diffe/rentiã qualẽ idẽ ipse maximo pro/pinquus ad paruissimũ: huiusmodi ꝓportio in arithmetica ɔsideratiõe ꝓponiť. Et extremoꝝ coniunctio du plex erit ꝓpria medietate. Si vo inť q̃tuor qui est terti⁹ termin⁹ ęqua par te q̃rti quartũ terminũ superet: ⁊ ęq̃ primi a primo supereť: armonica hu iusmodi ꝓportio medietasqꝫ ꝑspiciť. Et qd̃ ɔtineť sub extremoꝝ aggrega tione ⁊ multiplicatiõe medietatẽ du plex est eo qd̃ sub vtraqꝫ extremitate ɔficiť. Sit autem quoddã hui⁹ dis/positiõis exemplar hoc modo .6.8. 9. 12. Has igiť oẽs solidas quãtita/tes esse nõ dubiũ ẽ. Sex enĩ nascunť ex vno bis ter. 12. aũt ex bis duo ter Hoꝝ autẽ medietates: octonari⁹ fit semel duo q̃ter. Nouenari⁹ vo semel tres ter. Oẽs igiť termini cognati si/bi: ⁊ trib⁹ interualloꝝ dimẽsionibus notati sũt. In his igiť geometrica ꝓ portionalitas inueniť: si. 12. ad. 8. vl' 9. ad senariũ cõparem⁹. Utraqꝫ enĩ cõparatio sesqualtera ꝓportio est. ⁊ qd̃ ɔtineť sub extremitatib⁹ idẽ ẽ ei qd̃ fit ex medijs. Nãqꝫ qd̃ fit ex duo decies sex: ęquũ est ei qd̃ fit ex octies 9. Geometrica ergo ꝓportio huius/modi est. Arithmetica aũt est si duo denarius ad nouenariũ: ⁊ nouena/rius ad senariũ cõpareť. In vtrisqꝫ enĩ ternari⁹ differẽtia est. ⁊ iunctę ex tremitates medietate duplę sũt. Si enĩ iunxeris senariũ ⁊ duodecim: fa cies. 18. qui ẽ nouenario medio ter/mino duplus. In his ergo geome/tricã arithmeticãqꝫ medietatẽ ꝑspe/xim⁹. Hic quoqꝫ armonica medie/tas inueniť: si. 12. ad. 8. et rursus. 8. ad senariũ cõparem⁹. Qua enĩ par/

Proportionalitas armonica.

partes minoris maiorisq; t̃minoꝝ.



Junctę extremitates ⁊ per mediũ multiplicatę.

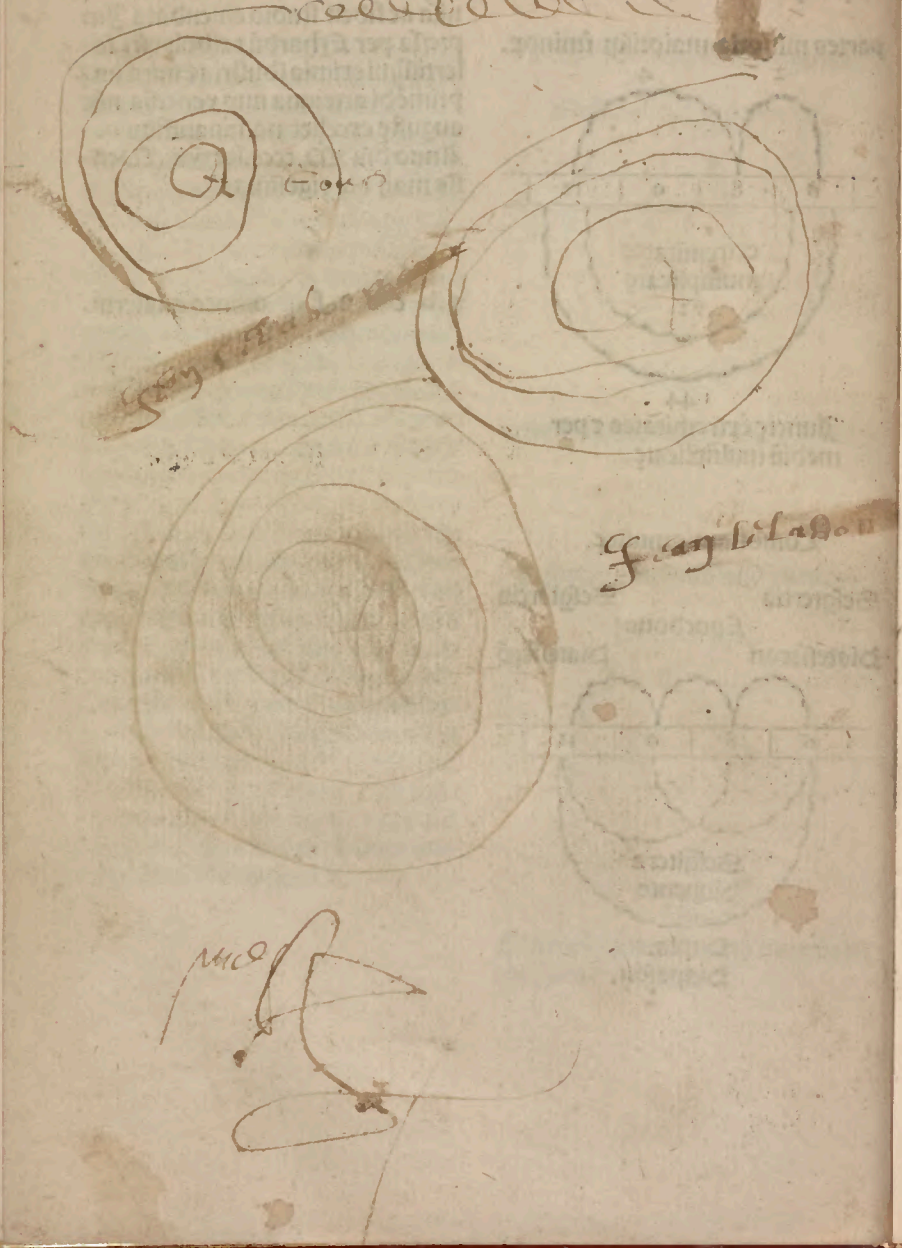
Consonantię musicę.

Sesqtertia Sesqtercia
Epocdous
Diatesseron Diatesserõ

Dupla.
Diapason.

Finit arithmetica Boetij bene reuisa ac fideli studio emendata Impressa per Erhardũ ratdolt viri solertissimi eximia ĩdustria ⁊ mira imprimẽdi arte: qua nup venetijs nũc augustę excellet nominatissimus. Anno dñi. M.cccc.lxxxviij. Mensis maij die vigesima.

a b c d e f omnes quaterni.



Boethius
S 7/41
Incun.
1488
.B66
Rosen-
wald
Collec-
tion
NLS 25 Au 47
WS 434
IN

GretagMacbeth™ ColorChecker Color Rendition Chart
inches
centimeters
D50 Illuminant, 2 degree observer
Density
Golden Thread
Colors by Munsell Color Services Lab
Dr. Hilbert